A Generalized User-Revenue Model of Financial Firms under Dynamic Uncertainty

Equity Capital, Risk Adjustment, and the Conjectural User-Revenue Model

Tetsushi Homma

Faculty of Economics, University of Toyama

This Draft: January 14, 2009
First Draft: March 29, 2008

基本的課題：第1の目的

- Homma and Souma（2005）**によって提示された金融企業**（financial firm）**の推測的使用者収入モデル**（conjectural user-revenue model，**以下**CURM）

$+$

- **消費に基づく資産価格モデル**（consumption-based capital asset pricing model，**以下**CCAPM）**のエッセンス**

$\downarrow$

- **金融資産や負債の残高変動を考慮した短期利潤（以下準短期利潤）の変動リスクの影響や財政難費用負担リスクを反映した自己資本の影響を明示的に考慮可能なモデルの構築**

CURM(conjectural user-revenue model)とは？

- CURMはHancock（1985, 1987, 1991）によって提示された金融企業の使用者費用モデル（user-cost model，以下UCM）を発展させたものである．
- UCMが暗黙の内に前提としている3つの仮定を緩めたより一般的なモデルである．
  1. 金融企業は危険中立的である．
  2. 金融企業間には戦略的相互依存性が存在しない．
  3. 金融資産及び負債の市場には情報の非対称性が存在しない．
- いずれも実際には満たされにくい仮定である．
- これらのうち，少なくとも1つが満たされない場合，UCMから導出される使用者費用価格（user-cost price，以下UCP）の推計にはバイアスが生じる．

UCP（user-cost price）とCURM

- UCPは金融資産の保有収入（holding revenue）及び負債の保有費用（holding cost）という概念に基づき定義される価格である．
- その符号は金融資産及び負債を生産物もしくは生産要素に分類する基準を与える．
- 従来のアプリオリな仮定に基づく分類に対して，客観的なミクロ経済学的基準を与える点で評価される．
- CURMではこうしたUCPの特徴がより一般的な仮定の下でも生かされるように，従来のUCPを一般化したものとして確率的使用者収入価格（stochastic user-revenue price，以下SURP）及び推測的使用者収入価格（conjectural user-revenue price，以下CURP）を導出している．

SURP（stochastic user-revenue price）及びCURP（conjectural user-revenue price）とGLI（generalized Lerner index）

- SURPは従来のUCPを金融企業が危険中立的でない場合も扱えるように拡張したものである．
- CURPはそれに加え，金融企業間に戦略的相互依存性がある場合や金融資産及び負債の市場に情報の非対称性が存在する場合も考慮できるよう発展させたものである．
- さらに，SURPとCURPの関係から一般化ラーナー指数（generalized Lerner index，以下GLI）を導出している．
- GLIは不完全競争度指標であるラーナー指数にSURP及びCURPによるこれらの拡張・発展を反映させたものである．

CURMでは考慮されていないもの（1）

- UCMが暗黙の内に前提としている仮定でCURM では考慮されていないものがいくつか存在する．
- その中で重要なのは次の仮定である．
  1. 保有収入及び保有費用の確実性の仮定
  2. 金融企業の効用関数は自己資本に依存しないという仮定
- 仮定1は実際の保有収入及び保有費用には不確実な部分（例えば，未収もしくは未払利子率，サービス料金，債務不履行損失，保険プレミアムなどの予測不可能な部分）が存在することを無視している．

CURMでは考慮されていないもの（2）

- **仮定2は財政難費用（**financial-distress cost**）の影響を看過することにつながる．**
- **財政難費用は金融企業が契約債務の履行が困難であると予想される時に生じる費用であり，倒産の費用や企業価値の減少などが含まれる．**
- **自己資本（比率）の増加はこうした財政難費用を負担するリスクを低下させる点で重要であり，銀行などの預金を取り扱う金融企業は日々心を砕いている．**

CURMの拡張（1）：リスク調整効果（risk-adjustment effect）

- こうした点を考慮し，本稿ではCURMにCCAPMのエッセンスを取り入れ，次のように発展させる．
  1. 保有収入率及び保有費用率に不確実性を導入する．
  2. 金融企業の効用関数は準短期利潤だけでなく，自己資本にも依存するとする．
- 拡張1より，保有収入率ないし保有費用率の不確実な部分と確率的割引因子（stochastic discount factor）との共分散で表されるリスク調整効果（risk-adjustment effect）がCURMに導入される．
- これにより，準短期利潤変動リスクの影響を明示的に考慮できるようになる．

CURMの拡張（2）：自己資本効果（equity capital effect）

- **拡張2より，自己資本と準短期利潤の限界代替率で表される自己資本効果（equity capital effect）がCURMに導入される．**
- **これにより，自己資本に対する金融企業の主観的評価や自己資本の機会費用だけでなく，財政難費用負担リスクの影響も（間接的にではあるが）考慮できるようになる．**
- **これらの導入により，SURP，CURP，GLIが拡張され，こうしたリスクを考慮した分析が可能となる．**

本稿の目的

- このように，CURM を CCAPM の観点から発展させたモデルを構築するのが本稿の第 1 の目的である．
- このモデルを一般化使用者収入モデル（generalized user-revenue model，以下 GURM）と呼ぶ．
- 第 2 の目的は，GURM から拡張された SURP，CURP，GLI を導出し，より一般的な仮定の下でこれらを定義することである．
- 拡張された SURP 及び CURP を総称して一般化使用者収入価格（generalized user-revenue price，以下 GURP）と呼び，拡張された GLI を拡張一般化ラーナー指数（extended generalized-Lerner index，以下 EGLI）と呼ぶ．

第2節「Introduction of Uncertainties and Equity Capital」のねらい

- 本節では，UCMだけでなくCURMでも暗黙の内に前提とされている保有収入及び保有費用の確実性の仮定と，金融企業の効用関数が自己資本に依存しないという仮定を緩め，保有収入率及び保有費用率に不確実性を導入するとともに，金融企業の効用関数は準短期利潤だけでなく，自己資本にも依存するとする．
- 以下で述べるように，実際の保有収入及び保有費用には不確実な部分が存在し，それによって準短期利潤が変動するリスクが生じること，自己資本（比率）の増加は財政難費用を負担するリスクを低下させる点で金融企業の重要な関心事であることなどをふまえたものである．

予備的仮定

- 説明に先立ち，本節及び次節では次の予備的な仮定をおく．
  1. 時間は離散期間（discrete period）に分割される．
  2. 単一期間の長さは十分に短く，保有収入率及び保有費用率に影響を与える外生的要因や実物投入要素の価格といった外生的状態変数（exogenous state variable）は単一期間内では一定であり，他の期間との境において離散的に変化する．
  3. 金融資産及び実物資産と負債のストックの調整は本質的に即時的であり，ストック調整問題は無視できる．
- これらの仮定は，本稿のモデル（GURM）が将来の実証分析の理論的基礎を与えることを期待して，将来の実証分析で使用するデータとの整合性の観点から設けられるものであり，Hancock（1985, 1987, 1991）及びHomma and Souma（2005）と同様，実証分析を強く意識したものである．

金融取引の生じるタイミングと変数の定義

- 金融取引の生じるタイミング
  - 全ての金融取引はある1期間とそれに連なる他の1期間との境において生じると仮定する．
- 変数の定義
  - $p_{G,t}$: t期首の全ての金融財の名目値を実質値にデフレートするのに用いられる一般的価格指数（general price index）．
  - $q_{i,j,t}$: t期首における第i金融企業の第j金融財（金融資産もしくは負債）の実質残高（real balance）．金融資産と負債は添字jで区別され，$j = 1, \cdots, N_A$は金融資産を意味し，$j = N_A + 1, \cdots, N_A + N_L$は負債を意味する．
  - $h_{i,j,t+1}$: t期末（$t+1$期首）における第i金融企業の第j金融財の保有収入率（holding-revenue rate）もしくは保有費用率（holding-cost rate）．第j金融財を1期間（期首から期末に）保有するのに得られる（単位円当たりの）純収入もしくは要する（単位円当たりの）純費用．期首に契約され，期末に不確実性が発生する．
  - $h_{i,j,t+1} \cdot q_{i,j,t}$: 第$i$金融企業の第$j$金融財の保有収入（holding revenue）もしくは保有費用（holding cost）．期末に受取ないし支払がなされる．

純キャッシュ・フロー（net cash flow）：定義

Definition (1)

t 期における第 i 金融企業の第 j 金融財の純キャッシュ・フロー（net cash flow）$q_{i,j,t}^{NCF}$ は次のように定義される．

$$q_{i,j,t}^{NCF} = b_j \cdot (h_{i,j,t} \cdot p_{G,t-1} \cdot q_{i,j,t-1} + p_{G,t-1} \cdot q_{i,j,t-1} - p_{G,t} \cdot q_{i,j,t}) \quad (1)$$

ここで，b_j は金融資産と負債を識別するパラメータであり，$q_{i,j,t}$ が金融資産（$j = 1, \cdots, N_A$）であれば，$b_j = 1$ であり，負債（$j = N_A + 1, \cdots, N_A + N_L$）であれば $b_j = -1$ である．

純キャッシュ・フローの例（1）：貸出

- 例えば，貸出のような（現金以外の）金融資産（$b_j = 1$）の場合，(1) 式の右辺の第１項（$h_{i,j,t} \cdot p_{G,t-1} \cdot q_{i,j,t-1}$）は保有収入を表し，他の 2 つの項（$p_{G,t-1} \cdot q_{i,j,t-1} - p_{G,t} \cdot q_{i,j,t}$）は名目資産の変化を表す．
- もし，借手の返済額が新規貸出を上回るのであれば，名目資産の変化は正値となり，下回るのであれば，負値となる．
- これら 3 つの項は資産運用から生じる純キャッシュ・フローを表す．
- ただし，金融資産の 1 つである現金は保有しても利子が生じないため，保有収入はゼロである．

純キャッシュ・フローの例(2)：預金

- 一方，預金のような負債（$b_j = -1$）の場合，右辺の第１項（$-h_{i,j,t} \cdot p_{G,t-1} \cdot q_{i,j,t-1}$）は保有費用を表し，他の2つの項（$p_{G,t} \cdot q_{i,j,t} - p_{G,t-1} \cdot q_{i,j,t-1}$）は名目負債の変化を表す．
- もし，新規の預金が引出を上回るのであれば，名目負債の変化は正値となり，下回るのであれば，負値となる．
- これら3つの項は起債から生じる純キャッシュ・フローを表す．

保有収入率及び保有費用率の内生性と不確実性

- 金融企業間の戦略的相互依存性と金融財市場の情報の非対称性を考慮し，保有収入率及び保有費用率は内生的に決定されると考える．
- さらに，実際の保有収入率及び保有費用率には不確実な部分が存在し，後に述べる準短期利潤変動リスクを生じさせることを考慮する．
- 例えば，未収もしくは未払利子率，サービス料金率，キャピタル・ゲイン（もしくはロス），債務不履行損失，保険プレミアムなどには予測不可能な部分が存在し，準短期利潤に予期せぬ変動を生じさせる．
- このような保有収入率及び保有費用率を確率内生的保有収入率（stochastic endogenous holding-revenue rate，以下SEHRR）及び確率内生的保有費用率（stochastic endogenous holding-cost rate，以下SEHCR）と呼ぶ．

確率内生的保有収入率（SEHRR）に関わる変数の定義(1)

- **変数の定義**(1)
  - $r_{i,j,t}$: t **期における第** i **金融企業の第** j **金融資産の既収利子率．**
  - $r^{Q}_{i,j,t}$: **未収利子率の確実もしくは予測可能な部分．**
  - $h^{S}_{i,j,t}$: **サービス料金率の確実もしくは予測可能な部分．**
  - $h^{C}_{i,j,t}$: **キャピタル・ゲイン率の確実もしくは予測可能な部分．**
  - $h^{D}_{i,j,t}$: **債務不履行損失率の確実もしくは予測可能な部分．**
  - $h^{R}_{i,j,t}$: SEHRR**の確実もしくは予測可能な部分** $(= r_{i,j,t} + r^{Q}_{i,j,t} + h^{S}_{i,j,t} + h^{C}_{i,j,t} - h^{D}_{i,j,t})$．
  - $Q_{j,t}$: **第** j **金融資産市場における総資産．**
  - $\zeta_{i,j,t+1}$: $r^{Q}_{i,j,t}$, $h^{S}_{i,j,t}$, $h^{C}_{i,j,t}$, $-h^{D}_{i,j,t}$ **の予測不可能な（不確実な）部分の合計．**

SEHRRに関わる変数の定義（2）と仮定

- **変数の定義**(2)
  - $\mathbf{z}^{k}_{i,j,t}$ $(k = R, Q, S, D)$: SEHRR**の内生的な構成要素（**$r_{i,j,t}$, $r^{Q}_{i,j,t}$, $h^{S}_{i,j,t}$, $h^{D}_{i,j,t}$**）に影響を与える外生変数ベクトル．**
  - $\mathbf{z}^{H}_{i,j,t} = \left(\mathbf{z}^{R\prime}_{i,j,t}, \mathbf{z}^{Q\prime}_{i,j,t}, \mathbf{z}^{S\prime}_{i,j,t}, h^{C}_{i,j,t}, \mathbf{z}^{D\prime}_{i,j,t}\right)^{\prime}$: SEHRR**の**$\zeta_{i,j,t+1}$**以外の外生変数ベクトル．**
- **分析上の操作可能性を考えて，**$h^{R}_{i,j,t}$**と**$\zeta_{i,j,t+1}$**は分離可能**（separable）**であると仮定する．**

SEHRR(stochastic endogenous holding-revenue rate)：定義

Definition (2)

t 期末（$t+1$ 期首）における第 i 金融企業の第 j 金融財の確率内生的保有収入率（stochastic endogenous holding-revenue rate）$h_{i,j,t+1}$ は次のように定義される．

$$
\begin{aligned}
h_{i,j,t+1} &= b_C \cdot \left[r_{i,j}\left(Q_{j,t}, \mathbf{z}^R_{i,j,t}\right) + r^Q_{i,j}\left(Q_{j,t}, \mathbf{z}^Q_{i,j,t}\right) + h^S_{i,j}\left(Q_{j,t}, \mathbf{z}^S_{i,j,t}\right) \right. \\
&\quad \left. + h^C_{i,j,t} - h^D_{i,j}\left(Q_{j,t}, \mathbf{z}^D_{i,j,t}\right)\right] + \zeta_{i,j,t+1} \\
&= b_C \cdot h^R_{i,j}\left(Q_{j,t}, \mathbf{z}^H_{i,j,t}\right) + \zeta_{i,j,t+1};\ j = 1, \cdots, N_A \qquad (2)
\end{aligned}
$$

ここで，b_C は現金（$j=1$）を識別するためのパラメータであり，第 j 金融資産 $q_{i,j,t}$ が現金（$j=1$）であれば $b_C=0$，そうでなければ（$j \neq 1$ であれば）$b_C=1$ である．

現金の不確実性ならびにSEHRRとEHRRの違い

- $b_C = 0$の場合は$h_{i,1,t+1} = \zeta_{i,1,t+1}$であり，$\zeta_{i,1,t+1}$は預金の不確実な払戻請求やそれ以外の不確実な機動的支払及びみなし現金の率を表す．
- 前者2つを流動性（機動的支払）対応リスクと呼ぶ．
- 流動性対応リスクを主として反映していれば，$\zeta_{i,1,t+1} < 0$であり，みなし現金を主として反映していれば，$\zeta_{i,1,t+1} > 0$である．
- SEHRR とCURMの内生的保有収入率（endogenous holding-revenue rate，以下EHRR）との違いは，$\zeta_{i,j,t+1}$の存在である．
- EHRRの構成要素は全て確実もしくは予測可能な部分からなると解釈すれば，SEHRRはEHRR と不確実な部分（$\zeta_{i,j,t+1}$）との分離可能性を仮定してEHRRに$\zeta_{i,j,t+1}$を付加したものと見ることができる．

確率内生的保有費用率（SEHCR）に関わる変数の定義 (1)

- **変数の定義**(1)
  - $r_{i,j,t}$: t **期における第** i **金融企業の第** j **負債の既払利子率．**
  - $r^{Q}_{i,j,t}$: **未払利子率の確実もしくは予測可能な部分．**
  - $h^{I}_{i,j,t}$: **保険プレミアム率の確実もしくは予測可能な部分．**
  - $h^{S}_{i,j,t}$: **サービス料金率の確実もしくは予測可能な部分．**
  - $r^{D}_{i,t}$: **第** i **金融企業の主観的割引率**（subjective discount rate，**以下** SDR）．
  - $\kappa_{i,j,t}$: **支払準備率．**
  - $h^{R}_{i,j,t}$: SEHCR **の確実もしくは予測可能な部分** $(= r_{i,j,t} + r^{Q}_{i,j,t} + h^{I}_{i,j,t} + r^{D}_{i,t} \cdot \kappa_{i,j,t} - h^{S}_{i,j,t})$．
  - $Q_{j,t}$: **第** j **負債市場における総負債．**
  - $\zeta_{i,j,t+1}$: $r^{Q}_{i,j,t}$, $h^{I}_{i,j,t}$, $-h^{S}_{i,j,t}$ **の予測不可能な（不確実な）部分の合計．**

SEHCRに関わる変数の定義(2)と仮定

- **変数の定義**(2)
  - $\mathbf{z}^k_{i,j,t}$ $(k = R, Q, I, S)$: SEHCR**の内生的な構成要素（**$r_{i,j,t}$, $r^Q_{i,j,t}$, $h^I_{i,j,t}$, $h^S_{i,j,t}$**）に影響を与える外生変数ベクトル．**
  - $\mathbf{z}^H_{i,j,t} = \left(\mathbf{z}^{R\prime}_{i,j,t}, \mathbf{z}^{Q\prime}_{i,j,t}, \mathbf{z}^{I\prime}_{i,j,t}, \mathbf{z}^{S\prime}_{i,j,t}, r^D_{i,t}, \kappa_{i,j,t}\right)'$: SEHCR**の**$\zeta_{i,j,t+1}$**以外の外生変数ベクトル．**
- SEHRR**と同様，分析上の操作可能性を考えて，**$h^R_{i,j,t}$**と**$\zeta_{i,j,t+1}$**は分離可能（**separable**）であると仮定する．**

SEHCR(stochastic endogenous holding-cost rate)：定義

Definition (3)

t 期末（$t+1$ 期首）における第 i 金融企業の第 j 金融財の確率内生的保有費用率（stochastic endogenous holding-cost rate）$h_{i,j,t+1}$ は次のように定義される．

$$
\begin{aligned}
h_{i,j,t+1} &= r_{i,j}\left(Q_{j,t}, \mathbf{z}^{R}_{i,j,t}\right) + r^{Q}_{i,j}\left(Q_{j,t}, \mathbf{z}^{Q}_{i,j,t}\right) + h^{I}_{i,j}\left(Q_{j,t}, \mathbf{z}^{I}_{i,j,t}\right) \\
&\quad + r^{D}_{i,t}\cdot\kappa_{i,j,t} - h^{S}_{i,j}\left(Q_{j,t}, \mathbf{z}^{S}_{i,j,t}\right) + \zeta_{i,j,t+1} \\
&= h^{R}_{i,j}\left(Q_{j,t}, \mathbf{z}^{H}_{i,j,t}\right) + \zeta_{i,j,t+1};\ j = N_A+1,\cdots,N_A+N_L \quad (3)
\end{aligned}
$$

ここで，$r^{D}_{i,t}\cdot\kappa_{i,j,t}$ は支払準備制度によって課される暗黙的税率（implicit tax rate）である．

暗黙的税ならびにSEHCRとEHCRの違い

- **支払準備金の積み立ては無利子の中央銀行預金であるため，この支払われない利子が（金融企業が中央銀行に対して暗黙のうちに支払っている）一種の税に当たると見なされる．**
- SEHRR**と**EHRR**の違いと同様に，**SEHCR**と**CURM**の内生的保有費用率**（endogenous holding-cost rate，**以下**EHCR）**との違いは，**$\zeta_{i,j,t+1}$**の存在にあり，**EHRR**と同様に**EHCR**の構成要素は全て確実もしくは予測可能な部分からなると解釈すれば，**SEHCR**は**EHCR **と不確実な部分（**$\zeta_{i,j,t+1}$**）との分離可能性を仮定して**EHCR**に**$\zeta_{i,j,t+1}$**を付加したものと見なされる．**

生産技術に関わる変数の定義

- **変数の定義**
  - $\mathbf{q}_{i,t} = \left(q_{i,1,t}, \cdots, q_{i,N_A+N_L,t}\right)'$: t 期における第 i 金融企業の金融財（金融資産及び負債）の実質残高ベクトル．
  - $\mathbf{x}_{i,t} = \left(x_{i,1,t}, \cdots, x_{i,M,t}\right)'$: 同じく労働，経常財，店舗・機械・設備などの実物投入要素ベクトル．
  - $\mathbf{z}^{Q}_{i,t} = \left(\mathbf{z}^{Q\prime}_{i,1,t}, \cdots, \mathbf{z}^{Q\prime}_{i,N_A+N_L,t}\right)'$: 同じく SEHRR 及び SEHCR の質に影響を与える外生変数ベクトル．
  - $\tau_{i,t}$: 同じく外生的な技術進歩を表す変数．

効率的な生産技術：変換関数(transformation function)の定義

Definition (4)

t **期における第** i **金融企業の効率的な生産技術は次のような変換関数**（transformation function）**によって表される．**

$$\phi_i\left(\mathbf{q}_{i,t},\mathbf{x}_{i,t},\mathbf{z}^{Q}_{i,t},\tau_{i,t}\right)=0. \tag{4}$$

SEHRRもしくはSEHCRの質を測る尺度

- $\mathbf{z}_{i,t}^{Q}$の構成要素である$\mathbf{z}_{i,j,t}^{Q}$ $(j = 1, \cdots, N_A + N_L)$はSEHRRもしくはSEHCRの質を測る尺度の１つである未収もしくは未払利子率（$r_{i,j,t}^{Q}$）に影響を与える外生変数ベクトルであり，金融工学などの金融技術的要因を反映していると考えられる．
- 金融派生商品に見られるように，金融技術的要因は$r_{i,j,t}^{Q}$を通してSEHRRやSEHCRに影響を与えるだけでなく，労働，経常財，店舗・機械・設備などの実物的投入要素にも影響を与える可能性が高い．このため，$\mathbf{z}_{i,t}^{Q}$は変換関数ϕ_iの変数であるとしている．

変換関数に関する仮定：正則条件（regularity condition）

- 産出物の存在を保証するため，実質残高ベクトル$\mathbf{q}_{i,t}$の成分のいくつかは産出物もしくは投入要素になり得るけれども，そのすべてが投入要素になることはできない．
- 変換関数ϕ_iは適切な正則条件（regularity condition）を満たすと仮定する．つまり，ϕ_iは$(\mathbf{q}_{i,t}, \mathbf{x}_{i,t})$に関して強い意味で凸（strictly convex）であり，もし，$q_{i,j,t}$が産出物ならば$\partial\phi_i/\partial q_{i,j,t} > 0$，投入要素ならば$\partial\phi_i/\partial q_{i,j,t} < 0$である．また，投入要素である$x_{i,j,t}$については，$\partial\phi_i/\partial x_{i,j,t} < 0$である．

可変要素と固定要素

- 実物投入要素ベクトル$\mathbf{x}_{i,t}$はその最適水準への調整に要する時間の違いから，可変要素ベクトル$\mathbf{x}^V_{i,t} = \left(x^V_{i,1,t}, \cdots, x^V_{i,M_V,t}\right)'$と実物固定要素ベクトル$\mathbf{x}^F_{i,t} = \left(x^F_{i,1,t}, \cdots, x^F_{i,M_F,t}\right)'$に分けられる．
- 例えば、前者は事務的な経常財や労働であり，後者は店舗や機械及び設備などの物的資本財である．
- 可変要素は産出物（金融財の一部）と固定要素（金融財の一部と実物固定要素）を所与として単一期間内にその最適水準への調整がなされるのに対し，実物固定要素は金融財同様，複数の期間を要する．したがって、後者の最適化がなされる前に，前者の最適化は終了していなければならない．
- この点を明示的に扱うために，単一期間内では金融企業は可変要素価格ベクトル$\mathbf{p}^V_{i,t} = \left(p^V_{i,1,t}, \cdots, p^V_{i,M_V,t}\right)'$を所与とし，(4）式の変換関数$\phi_i$を制約条件として，実物可変費用$\sum_{j=1}^{M_V} p^V_{i,j,t} \cdot x^V_{i,j,t}$を$\mathbf{x}^V_{i,t}$について最小化を図ると仮定する．

可変費用関数(variable cost function)：定義

- **このとき，次の可変費用関数（**variable cost function**）が得られる．**

Definition (5)

t**期における第**i**金融企業の可変費用関数（**variable cost function**）は次のように定義される．**

$$C_i^V\left(\mathbf{p}_{i,t}^V, \mathbf{q}_{i,t}, \mathbf{x}_{i,t}^F, \mathbf{z}_{i,t}^Q, \tau_{i,t}\right) = \min_{\mathbf{x}_{i,t}^V}\left\{\sum_{j=1}^{M_V} p_{i,j,t}^V \cdot x_{i,j,t}^V \,\middle|\, \phi_i\left(\mathbf{q}_{i,t}, \mathbf{x}_{i,t}, \mathbf{z}_{i,t}^Q, \tau_{i,t}\right) = 0\right\} \quad (5)$$

可変費用関数の性質と仮定

- （4）式の変換関数の注意すべき点として述べたように，実質残高ベクトル$\mathbf{q}_{i,t}$の全ての成分が投入要素になることはできない．(5)式の可変費用関数の場合，$\mathbf{q}_{i,t}$の成分のいくつかは産出物もしくは固定要素になり得るけれども，そのすべてが固定要素になることはない．
- $\mathbf{q}_{i,t}$のうち，産出物となるものを$\mathbf{q}_{i,t}^{O} = \left(q_{i,1,t}^{O}, \cdots, q_{i,N_O,t}^{O}\right)'$とし，固定要素となるものを$\mathbf{q}_{i,t}^{F} = \left(q_{i,1,t}^{F}, \cdots, q_{i,N_F,t}^{F}\right)'$で表す．
- 変換関数と可変費用関数との双対定理（duality theorem）より，可変費用関数C_i^Vは$\mathbf{p}_{i,t}^{V}$及び$\mathbf{q}_{i,t}^{O}$に関して強い意味で増加（strictly increasing）であり，$\mathbf{x}_{i,t}^{F}$及び$\mathbf{q}_{i,t}^{F}$に関して強い意味で減少（strictly decreasing），$\mathbf{p}_{i,t}^{V}$に関して１次同次（linearly homogeneous）かつ強い意味で凹（strictly concave）である．
- これらの性質に加え，C_i^Vは全ての変数について二階微分可能であり，$\mathbf{q}_{i,t}$及び$\mathbf{x}_{i,t}^{F}$に関して強い意味で凸（strictly convex）であると仮定する．これらの仮定は金融企業の不確実性動学行動を考える際に必要になるためである．

物的資本ストックの蓄積に関する仮定

- 店舗・機械・設備などの実物固定要素（物的資本財）に関しては，金融業の場合，製造業に比較して規模は小さく，その調整に要する時間も短く，コストも低いと考えられる．
- このため，物的資本ストックの蓄積については，次の点を仮定する．
  1. 物的資本ストックの調整費用はゼロであり，償却率は外生的である．
  2. 物的資本ストックの懐妊期間はゼロであり，今期の物的資本ストックは今期の投資に依存する．

物的資本ストックの蓄積：定義

Definition (6)

t 期における第 i 金融企業の第 j 物的資本ストック $x^F_{i,j,t}$ の蓄積は次のように定義される．

$$x^F_{i,j,t} = I_{i,j,t} + (1 - \delta_{i,j,t}) \cdot x^F_{i,j,t-1};\ j = 1, \cdots, M_F \tag{6}$$

ここで，$I_{i,j,t}$ は t 期の投資であり，$\delta_{i,j,t}$ は同じく償却率，$x^F_{i,j,t-1}$ は $t-1$ 期の物的資本ストックである．

準短期利潤(quasi short-run profit)とは？

- 金融企業の利潤を金融財のキャッシュ・フローの合計から実物投入要素の費用（可変要素の費用（可変費用）+実物固定要素の費用（実物固定費用））を差し引いたものとして定義する．これを準短期利潤（quasi short-run profit）と呼ぶ．
- 通常の静学モデルにおける短期利潤（short-run profit）との違いは，金融財からの収入が産出物価格と産出量の積の形で表されておらず，固定要素となる金融財の費用も固定要素価格と固定要素投入量の積の形で表されていないことである．これらの相違があるために"準"（quasi）という言葉を用いている．
- CURMの準短期利潤との違いは，SEHRR及びSEHCRを用いて準短期利潤が定義されるため，準短期利潤にSEHRR及びSEHCRの不確実性を示す部分が導入されることである．

準短期利潤(quasi short-run profit)：定義

Definition (7)

t 期の第 i 金融企業の準短期利潤（quasi short-run profit）$\pi_{i,t}^{QS}$ は次のように定義される．

$$\begin{aligned}
\pi_{i,t}^{QS} &= \sum_{j=1}^{N_A+N_L} q_{i,j,t}^{NCF} - C_i^V\left(\mathbf{p}_{i,t}^V, \mathbf{q}_{i,t}, \mathbf{x}_{i,t}^F, \mathbf{z}_{i,t}^Q, \tau_{i,t}\right) - \sum_{j=1}^{M_F} p_{i,j,t}^F \cdot l_{i,j,t} \\
&= \sum_{j=1}^{N_A+N_L} b_j \cdot \left[\left\{1 + b_C \cdot h_{i,j}^R\left(Q_{j,t-1}, \mathbf{z}_{i,j,t-1}^H\right) + \zeta_{i,j,t}\right\} \cdot p_{G,t-1}\right. \\
&\quad \left.\cdot q_{i,j,t-1} - p_{G,t} \cdot q_{i,j,t}\right] - C_i^V\left(\mathbf{p}_{i,t}^V, \mathbf{q}_{i,t}, \mathbf{x}_{i,t}^F, \mathbf{z}_{i,t}^Q, \tau_{i,t}\right) \\
&\quad - \sum_{j=1}^{M_F} p_{i,j,t}^F \cdot \left[x_{i,j,t}^F - (1 - \delta_{i,j,t}) \cdot x_{i,j,t-1}^F\right]
\end{aligned}$$

準短期利潤：定義(続き)

Definition (続き)

$$
\begin{aligned}
= \quad & \sum_{j=1}^{N_A+N_L} b_j \cdot \left[\left\{ 1 + b_C \cdot h^R_{i,j}\left(Q_{j,t-1}, \mathbf{z}^H_{i,j,t-1} \right) \right\} \cdot p_{G,t-1} \cdot q_{i,j,t-1} \right. \\
& \left. - p_{G,t} \cdot q_{i,j,t} \right] - C^V_i \left(\mathbf{p}^V_{i,t}, \mathbf{q}_{i,t}, \mathbf{x}^F_{i,t}, \mathbf{z}^Q_{i,t}, \tau_{i,t} \right) \\
& - \sum_{j=1}^{M_F} p^F_{i,j,t} \cdot \left[x^F_{i,j,t} - (1 - \delta_{i,j,t}) \cdot x^F_{i,j,t-1} \right] \\
& + p_{G,t-1} \cdot \sum_{j=1}^{N_A+N_L} b_j \cdot q_{i,j,t-1} \cdot \zeta_{i,j,t} \qquad (7)
\end{aligned}
$$

ここで，$p^F_{i,j,t}$ $(j = 1, \cdots, M_F)$ は第 j 実物固定要素の価格である．

CURMの準短期利潤との違い

- 最後の等号の右辺第1項は金融財の確実もしくは予測可能な純キャッシュ・フローの合計であり，第2項は（5）式の可変費用関数で表された実物可変費用，第3項は物的資本ストックの蓄積を表す（6）式を投資$I_{i,j,t}$について解いた式を用いて表された実物固定費用，そして最後の項はSEHRR及びSEHCRの不確実性を示す部分を$t-1$期の一般的価格指数で評価し，金融資産と負債の識別パラメータを付けたものの合計である．
- SEHRRもしくはSEHCRの確実もしくは予測可能な部分をEHRRもしくはEHCRと同一視すれば，最後の等号の右辺第1項から第3項までの部分はCURMの準短期利潤に相当し，第4項がCURMの準短期利潤と異なる部分になる．

銀行に代表される金融企業が直面するリスク

- 銀行に代表される金融企業の基本的な特色は様々なリスクと対峙しなければならない点にある．
- こうしたリスクをPyle(1997)は商取引環境（business condition）の変化による企業価値（firm value）の低下と定義している．
- その上で，銀行の場合について，市場リスク（market risk），信用リスク（credit risk），業務リスク（operational risk），職務リスク（performance risk）の4つに分類している．
- 市場リスクは利子率，為替レート，株価，商品価格などの基礎的経済要因の変化によって生じる純資産価値（net asset value）の変動である．
- 信用リスクは契約上の義務を守る一方の当事者の看取能力（perceived ability）の変化による純資産価値の変動である．
- 業務リスクは思わぬ取り立てや規制要求に対する対応の失敗，決済の失敗などの取引上のミスによる費用の発生から生じる．
- 職務リスクは従業員の監視や適切な管理手法を用いることに失敗することから生じる損失を含む．

自己資本のメリット：財政難費用負担の軽減

- これらのリスクが現実化すると，金融企業は貸し倒れや資産の消失，最悪の場合には倒産を余儀なくされる．
- こうした事態に陥ったとき，クッションとして働き，財政難費用（financial-distress cost）の負担を軽減する役割を果たすのが自己資本である．
- Berger, Herring, and Szegö（1995）によれば，財政難費用は金融企業が契約債務の履行が困難であると予想される時に生じる費用であり，次のものが含まれる．
  1. 倒産のコスト，すなわち，企業の所有権が株主から債権者に譲渡されるときのコスト．
  2. 金融企業価値の減少，すなわち，倒産が（実際には最終的に回避できるとしても，）目前に迫ったものであるという認識が市場に広まることによる企業価値の減少．
  3. その他，有能な従業員の退社，仕入れ先の期限厳守の支払い要求，長期スワップや銀行保証などの信用リスクに感応的な商品収入の減少，株主と債権者との利害対立がもたらす最適とはいえない営業・投資・資金調達の意志決定など．

自己資本のデメリット(1)

- 自己資本（比率）の増加はこうした財政難費用を負担するリスクを低下させるとともに，債権者に保有資産のリスクが低いことを信じさせることができれば，資金調達金利の低下を通じて資金調達費用を低下させることができる．
- 自己資本にはこのようなメリットがある一方で，デメリットもある．
- Berger, Herring, and Szegö（1995）によれば，自己資本（比率）の増加によってその機会費用が増加する．
- この場合の機会費用は自己資本（比率）をゼロにした場合に得られる（準短期）利潤の増分，すなわち，自己資本（比率）をゼロにした場合に得られる（準短期）利潤から現在の自己資本（比率）で得られる（準短期）利潤を差し引いたものである．
- また，負債よりも取引費用が高い．例えば，株式発行費用は債券発行費用や借入費用よりも高い．

自己資本のデメリット(2)ならびに効用関数

- 加えて，株主と経営者の利害対立から生じる代理人費用が増加する．すなわち，キャッシュ・フローを生み出し，債務不履行による人的資本の消失を避ける圧力が弱まり，懸命に働き，浪費行動を戒め，よりよい投資決定をする経営者のインセンティブが低下する．
- さらに，株式市場は銀行の収益見通しがよくないと判断し，株価を下落させる可能性がある．
- このようなデメリットがあるものの，相対的にメリットの方が大きいと判断している金融企業の方が実際には多いと思われる．
- こうした自己資本の役割を実際の金融企業は重視している点を考慮し，金融企業のリスク態度を明示的に考慮するために定義される効用関数は（7）式の準短期利潤 $\pi_{i,t}^{QS}$ だけでなく，以下で定義される自己資本 $q_{e,i,t}$ にも依存するとする．

金融企業の効用関数(utility function)：定義

Definition (8)

t 期の第 i 金融企業の効用関数（utility function）は次のように定義される．

$$u_i\left(\pi_{i,t}^{QS}, q_{e,i,t}\right) \tag{8}$$

ここで，自己資本 $q_{e,i,t}$ は次の通りである．

$$q_{e,i,t} = \sum_{j=1}^{N_A} p_{G,t} \cdot q_{i,j,t} + \sum_{j=1}^{M_F} p_{i,j,t}^F \cdot x_{i,j,t}^F - \sum_{j=N_A+1}^{N_A+N_L} p_{G,t} \cdot q_{i,j,t} \tag{9}$$

効用関数に関する仮定

- （9）式の自己資本は通常の会計学上の定義に従い，総資産から総負債を差し引いたものである．
- u_i については，通常の効用関数と同様の仮定をおく．すなわち，u_i は $\pi_{i,t}^{QS}$ 及び $q_{e,i,t}$ に関して強い意味で増加，連続二階微分可能，強い意味で凹であると仮定する．

第3節「Derivation of Generalized User-Revenue Prices and Extension of Generalized Lerner Indices」のねらい

- 前節（第2節）では，(1)EHRR及びEHCRに不確実性を導入し，SEHRR及びSEHCRを定義するとともに，(2)金融企業の効用関数を準短期利潤だけでなく，自己資本の関数でもあるとして定式化した．
- 本節ではこれらに基づき，次の点を示す．
  1. (1)より，SEHRRないしSEHCRの不確実な部分と確率的割引因子との共分散で表されるリスク調整効果がCURMに導入され，これにより，準短期利潤変動リスクの影響を明示的に考慮できるようになる．
  2. (2)より，自己資本と準短期利潤の限界代替率で表される自己資本効果がCURMに導入され，これにより，自己資本に対する金融企業の主観的評価や自己資本の機会費用だけでなく，財政難費用負担リスクの影響も（間接的にではあるが）考慮できるようになる．
  3. これらの導入により，SURP及びCURPがGURPに拡張されるとともに，GLIがEGLIに拡張され，こうしたリスクを考慮した分析が可能となる．

不確実性動学行動(dynamic-uncertainty behavior)：SDP (stochastic dynamic programming)

- 最初に，CURM と同様の観点から，金融企業の意志決定を確率的動的計画問題（stochastic dynamic programming，以下SDP）として定式化することを考える．
- SDP は意志決定と不確実性の解消とのタイミングによって2つに大別される．
  1. 意志決定が不確実性の解消後になされる場合：意志決定者は直接に次期の状態変数（state variable）を選択すると仮定される．
  2. 不確実性の解消以前に意志決定がなされる場合：意志決定者は今期の制御変数（control variable）を選択し，次期の状態変数は今期の状態変数と選択された今期の制御変数の関数として表される．

不確実性動学行動：SDP としての基本的仮定

- 第 2 節の予備的な仮定で述べたように，本稿ではストック変数の調整費用はゼロと仮定している．
- また，意志決定でのより信頼性の高い情報は企業価値を高める可能性が高い．
- これらの点を考慮し，以下では，CURM と同様に，金融企業は不確実性の解消後の期末に（最終的に）意志決定し，直接に次期の状態変数を選択すると仮定する．

不確実性動学行動：内生的状態変数と外生的状態変数

- SDPでは，状態変数は内生的状態変数（endogenous state variable）と外生的状態変数（exogenous state variable）に区別される．
- ここでは，内生的状態変数ベクトルを$\mathbf{y}_{i,t}$で表し，$\mathbf{y}_{i,t}$を次のようにする．

$$\mathbf{y}_{i,t} = \left(\mathbf{q}'_{i,t}, \mathbf{x}^{F\prime}_{i,t}\right)' = \left(q_{i,1,t}, \cdots, q_{i,N_A+N_L,t}, x^F_{i,1,t}, \cdots, x^F_{i,M_F,t}\right)' \; (t \geq 0)$$

- また，外生的状態変数ベクトルを$\mathbf{z}_{i,t}$で表し，$\mathbf{z}_{i,t}$を次のようにする．

$$\mathbf{z}_{i,t} = \left(\mathbf{z}^{H\prime}_{i,t-1}, \zeta'_{i,t}, p_{G,t}, \mathbf{p}^{V\prime}_{i,t}, \tau_{i,t}, \mathbf{p}^{F\prime}_{i,t}, \delta'_{i,t}\right)' \; (t \geq 0)$$

- 外生的状態変数ベクトル$\mathbf{z}_{i,t}$の各要素は次の通りである．
  - $\mathbf{z}^H_{i,t-1}$: $t-1$期のSEHRR及びSEHCRの確実もしくは予測可能な部分の外生変数ベクトル．$\mathbf{z}^H_{i,t-1} = \left(\mathbf{z}^{H\prime}_{i,1,t-1}, \cdots, \mathbf{z}^{H\prime}_{i,N_A+N_L,t-1}\right)' \; (t \geq 0)$

不確実性動学行動：外生的状態変数ベクトルの各要素(1)

- ただし，$t=0$の場合は，次の通りである．
  $\mathbf{z}^H_{i,-1} = \mathbf{z}^H_{i,0} = \left(\mathbf{z}^{H\prime}_{i,1,0}, \cdots, \mathbf{z}^{H\prime}_{i,N_A+N_L,0}\right)'$
- $\mathbf{z}^H_{i,t-1}$の要素$\mathbf{z}^H_{i,j,t-1}$ $(j=1,\cdots,N_A+N_L)$は次の通りである．

$$\mathbf{z}^H_{i,j,t-1} = \begin{cases} \left(\mathbf{z}^{R\prime}_{i,j,t-1}, \mathbf{z}^{Q\prime}_{i,j,t-1}, \mathbf{z}^{S\prime}_{i,j,t-1}, h^C_{i,j,t-1}, \mathbf{z}^{D\prime}_{i,j,t-1}\right)' \\ \quad (j=1,\cdots,N_A) \\ \left(\mathbf{z}^{R\prime}_{i,j,t-1}, \mathbf{z}^{Q\prime}_{i,j,t-1}, \mathbf{z}^{I\prime}_{i,j,t-1}, \mathbf{z}^{S\prime}_{i,j,t-1}, r^D_{i,t-1}, \kappa_{i,j,t-1}\right)' \\ \quad (j=N_A+1,\cdots,N_A+N_L) \end{cases}$$

- $\zeta_{i,t}$: SEHRR及びSEHCRの不確実性を示す部分のベクトル．
  $\zeta_{i,t} = \left(\zeta_{i,1,t}, \cdots, \zeta_{i,N_A+N_L,t}\right)'$ $(t \geq 0)$
- $p_{G,t}$: 一般的価格指数．

不確実性動学行動：外生的状態変数ベクトルの各要素(2)

-
  - $\mathbf{p}^V_{i,t}$: **実物可変要素価格ベクトル．**

$$\mathbf{p}^V_{i,t} = \left(p^V_{i,1,t}, \cdots, p^V_{i,M_V,t}\right)' (t \geq 0)$$

  - $\tau_{i,t}$: **外生的な技術進歩を表す変数．**
  - $\mathbf{p}^F_{i,t}$: **実物固定要素価格ベクトル．**

$$\mathbf{p}^F_{i,t} = \left(p^F_{i,1,t}, \cdots, p^F_{i,M_F,t}\right)' (t \geq 0)$$

  - $\delta_{i,t}$: **減価償却率ベクトル．**

$$\delta_{i,t} = \left(\delta_{i,1,t}, \cdots, \delta_{i,M_F,t}\right)' (t \geq 0)$$

不確実性動学行動：各種外生的状態変数ベクトル

- これら外生的状態変数のうち，可変費用関数の外生的状態変数ベクトルを次のように表す．

$$\mathbf{z}^C_{i,t} = \left(\mathbf{p}^{V\prime}_{i,t}, \mathbf{z}^{Q\prime}_{i,t}, \tau_{i,t}\right)' \ (t \geq 0)$$

ここで，$\mathbf{z}^Q_{i,t} = \left(\mathbf{z}^{Q\prime}_{i,1,t}, \cdots, \mathbf{z}^{Q\prime}_{i,N_A+N_L,t}\right)' (t \geq 0)$である．

- また，準短期利潤の外生的状態変数ベクトルを次のように表す．

$$\mathbf{z}^{\pi}_{i,t} = \begin{cases} \left(\mathbf{z}^{H\prime}_{i,t-1}, \zeta'_{i,t}, p_{G,t-1}, p_{G,t}, \mathbf{z}^{C\prime}_{i,t}, \mathbf{p}^{F\prime}_{i,t}, \delta'_{i,t}\right)' \ (t \geq 1) \\ \left(\mathbf{z}^{H\prime}_{i,0}, \zeta'_{i,0}, p_{G,0}, \mathbf{p}^{V\prime}_{i,0}, \tau_{i,0}, \mathbf{p}^{F\prime}_{i,0}, \delta'_{i,0}\right)' \ (t = 0) \end{cases}$$

- さらに，自己資本の外生的状態変数ベクトルを次のように表す．

$$\mathbf{z}^e_{i,t} = \left(p_{G,t}, \mathbf{p}^{F\prime}_{i,t}\right)' \ (t \geq 0)$$

不確実性動学行動：外生的状態変数ベクトルの確率特性 (1)

- 金融企業の直面する不確実性を考慮し，外生的状態変数ベクトルの列$\{\mathbf{z}_{i,t}\}_{t\geq 0}$は定常マルコフ過程（stationary Markov process）であると仮定する．
- $\mathbf{z}_{i,t}$の全体の集合をZ，その部分集合からなるσ-集合族（σ-algebra）を$\mathbf{B}_Z$，これらによって構成される可測空間を$(Z, \mathbf{B}_Z)$とする．
- このとき，$\mathbf{z}_{i,t}$の確率特性（stochastic property）は定常推移関数（stationary transition function）

$$Q : Z \times \mathbf{B}_Z \rightarrow [0, 1]$$

によって表される．例えば，$Q(\mathbf{z}_{i,t}, A_{i,t+1})$は，$\mathbf{z}_{i,t}$を所与として，$\mathbf{z}_{i,t+1}$が集合$A_{i,t+1}$に属する確率を表す．
- $(Z, \mathbf{B}_Z)$の直積空間（product space）を

$$(Z^t, \mathbf{B}_Z^t) = (Z \times \cdots \times Z, \mathbf{B}_Z \times \cdots \times \mathbf{B}_Z)$$

で表し，$\mathbf{z}_{i,0}\ (\in Z)$を所与とする．

不確実性動学行動：確率測度

Definition (9)

可測空間 $(Z, \mathbf{B}_Z)$ **上の確率測度** $\mu^t(\mathbf{z}_{i,0}, \cdot) : \mathbf{B}_Z^t \to [0,1]$ $(t \geq 1)$ **は次のように定義される．すなわち，任意の矩形（**rectangle**）**
$A_i^t = A_{i,1} \times \cdots \times A_{i,t} \in \mathbf{B}_Z^t$ **に関して，**

$$
\begin{aligned}
&\mu^t\left(\mathbf{z}_{i,0}, A_i^t\right) \\
&= \int_{A_{i,1}} \cdots \int_{A_{i,t-1}} \int_{A_{i,t}} Q\left(\mathbf{z}_{i,t-1}, \mathbf{dz}_{i,t}\right) Q\left(\mathbf{z}_{i,t-2}, \mathbf{dz}_{i,t-1}\right) \cdots Q\left(\mathbf{z}_{i,0}, \mathbf{dz}_{i,1}\right)
\end{aligned}
\tag{10}
$$

である．確率測度 $\mu^t(\mathbf{z}_{i,0}, \cdot)$ **は通常の測度（**measure**）の性質を満たし，**
$\mu^t(\mathbf{z}_{i,0}, Z^t) = 1$ **である．**

不確実性動学行動：利用可能な情報

- t 期になされる意志決定は，そのときに利用可能な情報に依存する．
- この情報は外生的状態変数ベクトルの列として表される．
- 外生的状態変数ベクトルの 1 期から t 期までの部分履歴（partial history）を $\mathbf{z}_i^t = (\mathbf{z}_{i,1}, \cdots, \mathbf{z}_{i,t})$ $(\in Z^t)$ とする．
- 内生的状態変数ベクトル $\mathbf{y}_{i,t}$ の全体の集合を Y，その部分集合からなる σ-集合族（σ-algebra）を B_Y，これらによって構成される可測空間を (Y, B_Y) とする．

不確実性動学行動：内生的状態変数の計画ベクトル

- **内生的状態変数の計画**（plan）**ベクトルを** $\mathbf{y}_i^p$ **で表し，** $\mathbf{y}_i^p$ **は** $\mathbf{y}_{i,0}^p$ $(\in Y)$ **と，関数** $\mathbf{y}_{i,t}^p : Z^t \to Y$ $(t \geq 1)$ **の列** $\left\{\mathbf{y}_{i,t}^p\left(\mathbf{z}_i^t\right)\right\}_{t\geq 1}$ **からなる集合とする．**

$$\mathbf{y}_i^p = \left\{\mathbf{y}_{i,0}^p, \left\{\mathbf{y}_{i,t}^p\left(\mathbf{z}_i^t\right)\right\}_{t\geq 1}\right\}$$

ただし， $\mathbf{y}_{i,t}^p\left(\mathbf{z}_i^t\right) = \left(\mathbf{q}_{i,t}^p\left(\mathbf{z}_i^t\right)', \mathbf{x}_{F,i,t}^p\left(\mathbf{z}_i^t\right)'\right)'$ **であり，** $\mathbf{y}_{i,t}^p\left(\mathbf{z}_i^t\right)$ **は** 1 **期から** t **期までの外生的状態変数ベクトルの履歴が** $\mathbf{z}_i^t$ **であった場合に，** t **期において選択される** $\mathbf{y}_{i,t+1} = \left(\mathbf{q}_{i,t+1}', \mathbf{x}_{i,t+1}^{F\prime}\right)'$ **の値を表す．**

不確実性動学行動：金融企業の（無限期間）最適化問題に関する仮定

- **以下では，金融企業は準短期利潤と自己資本を変数とした通時的効用（inter-temporal utility）の割引現在価値の期待値を最大にするようにy_i^pを選択すると仮定する．**
- **また，通時的効用関数は分離加法的（additively separable）であるとする．**
- **このとき，金融企業の（無限期間）最適化問題は次のように表される．**

不確実性動学行動：金融企業の（無限期間）最適化問題

-

$$\max_{\mathbf{y}_i^p} u_i \left[\pi_i^{QS} \left(\mathbf{y}_{i,0}, \mathbf{y}_{i,0}^p \left(\mathbf{z}_{i,0} \right), \mathbf{z}_{i,0}^{\pi} \right), q_{e,i}^p \left(\mathbf{y}_{i,0}^p \left(\mathbf{z}_{i,0} \right), \mathbf{z}_{i,0}^e \right) \right]$$

$$+ \lim_{T \to \infty} \sum_{t=1}^{T} \int_{Z^t} \beta_i^t \cdot u_i \left[\pi_i^{QS} \left(\mathbf{y}_{i,t-1}^p \left(\mathbf{z}_i^{t-1} \right), \mathbf{y}_{i,t}^p \left(\mathbf{z}_i^t \right), \mathbf{z}_{i,t}^{\pi} \right), \right.$$

$$\left. q_{e,i}^p \left(\mathbf{y}_{i,t}^p \left(\mathbf{z}_i^t \right), \mathbf{z}_{i,t}^e \right) \right] \mu^t \left(\mathbf{z}_{i,0}, \mathbf{dz}_i^t \right) \quad (11)$$

ここで，β_i^t**は次のような**0**期から**$t-1$**期までの第**i**金融企業の累積的割引因子**（cumulative discount factor）**である．**

$$\beta_i^t = \prod_{s=0}^{t-1} \beta_{i,s} = \prod_{s=0}^{t-1} \frac{1}{1 + r_{i,s}^D}$$

ただし，$r_{i,s}^D$**は**s**期の第**i**金融企業の主観的割引率**（subjective discount rate）**であり，**$\beta_{i,s}$**は同じく主観的割引因子**（subjective discount factor）**である．**

不確実性動学行動：計画された準短期利潤(1)

- $\pi_i^{QS}\left(\mathbf{y}_{i,0}, \mathbf{y}_{i,0}^{p}\left(\mathbf{z}_{i,0}\right), \mathbf{z}_{i,0}^{\pi}\right)$ 及び $\pi_i^{QS}\left(\mathbf{y}_{i,t-1}^{p}\left(\mathbf{z}_i^{t-1}\right), \mathbf{y}_{i,t}^{p}\left(\mathbf{z}_i^{t}\right), \mathbf{z}_{i,t}^{\pi}\right)$ $(t \geq 1)$ は計画された準短期利潤であり，(7) 式より，次のように表される．

$$
\begin{aligned}
&\pi_i^{QS}\left(\mathbf{y}_{i,t-1}^{p}\left(\mathbf{z}_i^{t-1}\right), \mathbf{y}_{i,t}^{p}\left(\mathbf{z}_i^{t}\right), \mathbf{z}_{i,t}^{\pi}\right) \\
&= \sum_{j=1}^{N_A+N_L} b_j \cdot \left[\left\{1 + b_C \cdot h_{i,j}^{R}\left(Q_{j,t-1}^{p}, \mathbf{z}_{i,j,t-1}^{H}\right) + \zeta_{i,j,t}\right\} \cdot p_{G,t-1}\right. \\
&\qquad \left. \cdot q_{i,j,t-1}^{p}\left(\mathbf{z}_i^{t-1}\right) - p_{G,t} \cdot q_{i,j,t}^{p}\left(\mathbf{z}_i^{t}\right)\right] - C_i^{V}\left(\mathbf{y}_{i,t}^{p}\left(\mathbf{z}_i^{t}\right), \mathbf{z}_{i,t}^{C}\right) \\
&- \sum_{j=1}^{M_F} p_{i,j,t}^{F} \cdot \left[x_{F,i,j,t}^{p}\left(\mathbf{z}_i^{t}\right) - \left(1 - \delta_{i,j,t}\right) \cdot x_{F,i,j,t-1}^{p}\left(\mathbf{z}_i^{t-1}\right)\right] \quad (t \geq 1)
\end{aligned}
\tag{12}
$$

不確実性動学行動：計画された準短期利潤(2)

$$
\begin{aligned}
&\pi_i^{QS}\left(\mathbf{y}_{i,0}, \mathbf{y}_{i,0}^{p}\left(\mathbf{z}_{i,0}\right), \mathbf{z}_{i,0}^{\pi}\right) \\
&\quad = \sum_{j=1}^{N_A+N_L} b_j \cdot \left[\left\{1 + b_C \cdot h_{i,j}^{R}\left(Q_{j,0}, \mathbf{z}_{i,j,0}^{H}\right) + \zeta_{i,j,0}\right\} \cdot p_{G,0}\right. \\
&\qquad \left. \cdot q_{i,j,0} - p_{G,0} \cdot q_{i,j,0}^{p}\left(\mathbf{z}_{i,0}\right)\right] - C_i^{V}\left(\mathbf{y}_{i,0}^{p}\left(\mathbf{z}_{i,0}\right), \mathbf{z}_{i,0}^{C}\right) \\
&\qquad - \sum_{j=1}^{M_F} p_{i,j,0}^{F} \cdot \left[x_{F,i,j,0}^{p}\left(\mathbf{z}_{i,0}\right) - \left(1 - \delta_{i,j,0}\right) \cdot x_{i,j,0}^{F}\right] \qquad (13)
\end{aligned}
$$

不確実性動学行動：計画された自己資本

- また，$q_{e,i}^{p}\left(\mathbf{y}_{i,t}^{p}\left(\mathbf{z}_{i}^{t}\right),\mathbf{z}_{i,t}^{e}\right)\ (t\geq 0)$ は計画された自己資本であり，(9) 式より，次のように表される．

$$q_{e,i}^{p}\left(\mathbf{y}_{i,t}^{p}\left(\mathbf{z}_{i}^{t}\right),\mathbf{z}_{i,t}^{e}\right)=\sum_{j=1}^{N_A}p_{G,t}\cdot q_{i,j,t}^{p}\left(\mathbf{z}_{i}^{t}\right)+\sum_{j=1}^{M_F}p_{i,j,t}^{F}\cdot x_{F,i,j,t}^{p}\left(\mathbf{z}_{i}^{t}\right)$$
$$-\sum_{j=N_A+1}^{N_A+N_L}p_{G,t}\cdot q_{i,j,t}^{p}\left(\mathbf{z}_{i}^{t}\right)\ (t\geq 0)\quad (14)$$

最適解のための必要条件：確率的オイラー方程式（stochastic Euler equation）

- **逐次的な確率的最適化問題の最適解のための必要条件**（necessary condition）**は変分法**（variational approach）**によって導き出される．**
- **これらの条件は確率的オイラー方程式**（stochastic Euler equation）**と呼ばれ，**(11)**式の最適化問題の場合は次のようになる．**

金融財に関する確率的オイラー方程式

- $$-\frac{\partial u_{i,t}^{*}}{\partial \pi_{i,t}^{QS*}} \cdot \left(b_j \cdot p_{G,t} + \frac{\partial C_{i,t}^{V*}}{\partial q_{i,j,t}^{p*}} \right) + b_j \cdot p_{G,t} \cdot \frac{\partial u_{i,t}^{*}}{\partial q_{e,i,t}^{p*}}$$
  $$+ \beta_{i,t} \cdot b_j \cdot p_{G,t} \cdot \int_Z \left\{ 1 + b_C \cdot \left(h_{i,j,t}^{R*} + \frac{\partial h_{i,j,t}^{R*}}{\partial \ln q_{i,j,t}^{p*}} \right) + \zeta_{i,j,t+1} \right\}$$
  $$\cdot \frac{\partial u_{i,t+1}^{*}}{\partial \pi_{i,t+1}^{QS*}} Q\left(\mathbf{z}_{i,t}, \mathbf{dz}_{i,t+1}\right) = 0;\ j = 1, \cdots, N_A + N_L \quad (15)$$

実物固定要素に関する確率的オイラー方程式

- $$-\frac{\partial u_{i,t}^{*}}{\partial \pi_{i,t}^{QS*}} \cdot \left(p_{i,j,t}^{F} + \frac{\partial C_{i,t}^{V*}}{\partial x_{F,i,j,t}^{p*}} \right) + p_{i,j,t}^{F} \cdot \frac{\partial u_{i,t}^{*}}{\partial q_{e,i,t}^{p*}}$$
  $$+ \beta_{i,t} \cdot \int_{Z} p_{i,j,t+1}^{F} \cdot \left(1 - \delta_{i,j,t+1}\right) \cdot \frac{\partial u_{i,t+1}^{*}}{\partial \pi_{i,t+1}^{QS*}} \, Q\left(\mathbf{z}_{i,t}, \mathbf{dz}_{i,t+1}\right) = 0;$$
  $$j = 1, \cdots, M_F \quad (16)$$

確率的オイラー方程式に関する表記

- ここで，b_j は2.1節で述べた金融資産と負債を識別するパラメータであり，b_C は現金を識別するためのパラメータである．
- また，$\pi^{QS*}_{i,t} = \pi^{QS}_{i}\left(\mathbf{y}^{p*}_{i,t-1}\left(\mathbf{z}^{t-1}_{i}\right), \mathbf{y}^{p*}_{i,t}\left(\mathbf{z}^{t}_{i}\right), \mathbf{z}^{\pi}_{i,t}\right)$, $q^{p*}_{e,i,t} = q^{p}_{e,i}\left(\mathbf{y}^{p*}_{i,t}\left(\mathbf{z}^{t}_{i}\right), \mathbf{z}^{e}_{i,t}\right)$, $u^{*}_{i,t} = u_{i}\left(\pi^{QS*}_{i,t}, q^{p*}_{e,i,t}\right)$, $C^{V*}_{i,t} = C^{V}_{i}\left(\mathbf{y}^{p*}_{i,t}\left(\mathbf{z}^{t}_{i}\right), \mathbf{z}^{C}_{i,t}\right)$, $h^{R*}_{i,j,t} = h^{R}_{i,j}\left(Q^{p*}_{j,t}, \mathbf{z}^{H}_{i,j,t}\right)$ であり，$q^{p*}_{i,j,t} = q^{p*}_{i,j,t}\left(\mathbf{z}^{t}_{i}\right)$ $(j = 1, \cdots, N_A + N_L)$ は金融財の実質残高の最適値（(11）式の最適化問題の解），$x^{p*}_{F,i,j,t} = x^{p*}_{F,i,j,t}\left(\mathbf{z}^{t}_{i}\right)$ $(j = 1, \cdots, M_F)$ は実物固定要素の最適値，$\mathbf{y}^{p*}_{i,t} = \mathbf{y}^{p*}_{i,t}\left(\mathbf{z}^{t}_{i}\right) = \left(\mathbf{q}^{p*}_{i,t}\left(\mathbf{z}^{t}_{i}\right)', \mathbf{x}^{p*}_{F,i,t}\left(\mathbf{z}^{t}_{i}\right)'\right)'$ は内生的状態変数ベクトルの最適値である．

最適解のための十分条件

- もし，効用関数 $u^*_{i,t}$ が $\mathbf{y}^{p*}_{i,t-1}$ 及び $\mathbf{y}^{p*}_{i,t}$ に関して凹かつ連続二階微分可能であり，加えて積分可能（integrable）であり，$\mathbf{y}^{p*}_{i,t-1}$ に関する $u^*_{i,t}$ の 1 階偏微分は絶対的に積分可能（absolutely integrable）であるならば，次の横断性条件（transversality condition）とともに，(15)及び(16)式の確率的オイラー方程式は最適解 $\mathbf{y}^{p*}_i = \left\{\mathbf{q}^{p*}_{i,0}, \mathbf{x}^{p*}_{F,i,0}, \left\{\mathbf{q}^{p*}_{i,t}, \mathbf{x}^{p*}_{F,i,t}\right\}^{\infty}_{t=1}\right\}$ のための十分条件（sufficient condition）になる．

$$\lim_{t\to\infty} \beta^t_i \cdot \int_Z \frac{\partial u^*_{i,t+1}}{\partial \pi^{QS*}_{i,t+1}} \cdot \frac{\partial \pi^{QS*}_{i,t+1}}{\partial y^{p*}_{i,j,t}} \cdot y^{p*}_{i,j,t}\, Q\left(\mathbf{z}_{i,t}, \mathbf{dz}_{i,t+1}\right) = 0;$$

$$j = 1, \cdots, N_A + N_L + M_F \quad (17)$$

ここで，$y^{p*}_{i,j,t}$ は $q^{p*}_{i,j,t}$ もしくは $x^{p*}_{F,i,j,t}$ である．

CURMの金融財に関する確率的オイラー方程式との違い

- （15）式とCURMの金融財に関する確率的オイラー方程式との違いは，（15）式では自己資本の限界効用を示す項$b_j \cdot p_{G,t} \cdot \partial u^{*}_{i,t} / \partial q^{p*}_{e,i,t}$とSEHRR及びSEHCRの不確実性を示す部分$\zeta_{i,j,t+1}(j = 1, \cdots, N_A + N_L)$が新たに加わっている点である．
- 後に述べる自己資本効果及びリスク調整効果につながる自己資本の影響とSEHRR及びSEHCRの不確実性の影響を明示的に考慮できるように拡張されている．

リスク補正(risk correction)：SEHRR及びSEHCRの不確実性の影響の明確化

- SEHRR及びSEHCRの不確実性の影響はCCAPMと同様の観点から，リスク調整項を明示した式に（15）式を変形することでより明確になる．

リスク補正：定理1(リスク調整項を明示した式)

Theorem (1)

$\partial u^*_{i,t} \Big/ \partial \pi^{QS*}_{i,t} \neq 0$ と $E\left[\zeta_{i,j,t+1} \middle| \mathbf{z}_{i,t}\right] = 0$ を仮定すれば，(15)式は次のようなリスク調整項を明示した式に変形できる．

$$
\begin{aligned}
&- b_j \cdot p_{G,t} - MC^{V*}_{i,j,t} + b_j \cdot p_{G,t} \cdot MRS^{\pi*}_{e,i,t} \\
&+ \beta_{i,t} \cdot b_j \cdot p_{G,t} \cdot \left\{1 + b_C \cdot \left(h^{R*}_{i,j,t} + \eta^*_{i,j,t}\right)\right\} \cdot E\left[IMRS^*_{\pi,i,t+1} \middle| \mathbf{z}_{i,t}\right] \\
&+ \beta_{i,t} \cdot b_j \cdot p_{G,t} \cdot \frac{cov\left(\zeta_{i,j,t+1}, \partial u^*_{i,t+1} \Big/ \partial \pi^{QS*}_{i,t+1} \middle| \mathbf{z}_{i,t}\right)}{\partial u^*_{i,t} \Big/ \partial \pi^{QS*}_{i,t}} = 0;
\end{aligned}
$$

$$j = 1, \cdots, N_A + N_L \quad (18)$$

リスク補正：定理1（続き）

Theorem (続き)

ここで，$MC^{V*}_{i,j,t} = \partial C^{V*}_{i,t} \Big/ \partial q^{p*}_{i,j,t}$,

$MRS^{\pi *}_{e,i,t} = \left(\partial u^{*}_{i,t} / \partial q^{p*}_{e,i,t}\right) \Big/ \left(\partial u^{*}_{i,t} \Big/ \partial \pi^{QS*}_{i,t}\right)$, $\eta^{*}_{i,j,t} = \partial h^{R*}_{i,j,t} \Big/ \partial \ln q^{p*}_{i,j,t}$,

$IMRS^{*}_{\pi,i,t+1} = \left(\partial u^{*}_{i,t+1} \Big/ \partial \pi^{QS*}_{i,t+1}\right) \Big/ \left(\partial u^{*}_{i,t} \Big/ \partial \pi^{QS*}_{i,t}\right)$,

$E\left[\cdot \,|\mathbf{z}_{i,t}\right] = \int_{Z} \cdot\, Q\left(\mathbf{z}_{i,t}, \mathbf{dz}_{i,t+1}\right)$**である．**

リスク補正：リスク調整項(1)

- (18)式の $\beta_{i,t} \cdot \mathrm{cov}\left(\zeta_{i,j,t+1}, \partial u^*_{i,t+1} \middle/ \partial \pi^{QS*}_{i,t+1} \middle| \mathbf{z}_{i,t} \right) \middle/ \left(\partial u^*_{i,t} \middle/ \partial \pi^{QS*}_{i,t} \right)$ がリスク調整項である．
- 金融企業がリスク回避的である場合，準短期利潤の限界効用は準短期利潤の減少関数である．
- したがって，$\mathrm{cov}\left(\zeta_{i,j,t+1}, \partial u^*_{i,t+1} \middle/ \partial \pi^{QS*}_{i,t+1} \middle| \mathbf{z}_{i,t} \right)$ が負（正）であることは，$\mathrm{cov}\left(\zeta_{i,j,t+1}, \pi^{QS*}_{i,t+1} \middle| \mathbf{z}_{i,t} \right)$ が正（負）であることを意味する．
- この場合，第 j 金融財が金融資産であれば，今期の金融資産の増加によって来期の準短期利潤の変動（分散）は大きく（小さく）なり，負債であれば，今期の負債の増加によって来期の準短期利潤の分散は小さく（大きく）なる．

リスク補正：リスク調整項(2)

例えば，今期の金融資産もしくは負債が僅かにξ $(0 < \xi < 1)$だけ増加した場合，(7) 式より，来期の準短期利潤は

$$\pi^{QS}_{i,t+1} + b_j \cdot \left\{1 + b_C \cdot h^R_{i,j}\left(Q_{j,t}, \mathbf{z}^H_{i,j,t}\right) + \zeta_{i,j,t+1}\right\} \cdot p_{G,t} \cdot \xi$$

となる．このとき，分散は次のように表される．

$$\begin{aligned}
&\mathrm{var}\left(\pi^{QS}_{i,t+1} + b_j \cdot \left\{1 + b_C \cdot h^R_{i,j}\left(Q_{j,t}, \mathbf{z}^H_{i,j,t}\right) + \zeta_{i,j,t+1}\right\} \cdot p_{G,t} \cdot \xi \,\middle|\, \mathbf{z}_{i,t}\right) \\
&= \mathrm{var}\left(\pi^{QS}_{i,t+1} \,\middle|\, \mathbf{z}_{i,t}\right) + 2 \cdot b_j \cdot p_{G,t} \cdot \xi \cdot \mathrm{cov}\left(\zeta_{i,j,t+1}, \pi^{QS}_{i,t+1} \,\middle|\, \mathbf{z}_{i,t}\right) \\
&\quad + \left(b_j \cdot p_{G,t} \cdot \xi\right)^2 \cdot \mathrm{var}\left(\zeta_{i,j,t+1} \,\middle|\, \mathbf{z}_{i,t}\right) \qquad (25)
\end{aligned}$$

リスク補正：リスク調整項(3)

- ξが十分小さければ，(25)式の右辺第3項は第2項に比べて十分小さくなる．
- したがって，(25）式の左辺の分散(つまり，今期の金融資産もしくは負債が僅かばかり増加した場合の来期の準短期利潤の分散)が右辺第1項の分散（つまり，来期の準短期利潤の分散）より大きくなるか小さくなるかは右辺第2項の共分散の符号によって決まる．
- これより，第j金融財が金融資産（$b_j = 1$）の場合は右辺第2項の共分散が正（負）であれば（25）式の左辺の分散は右辺第1項の分散より大きく（小さく）なり，負債（$b_j = -1$）の場合は負（正）であれば大きく（小さく）なることがわかる．

リスク補正：確率的割引因子とリスクフリー・レート

- （18）式の意味をCCAPMと同様の観点で考えるために，$\beta_{i,t} \cdot IMRS^{*}_{\pi,i,t+1}$ はCCAPMの確率的割引因子（stochastic discount factor）に対応し，その期待値の逆数$1 \left/ E\left[\beta_{i,t} \cdot IMRS^{*}_{\pi,i,t+1} \left| \mathbf{z}_{i,t} \right.\right]\right.$ はリスクフリー・レート（risk-free rate）に対応すると考える．
- このとき，次の系が成り立つ．

リスク補正：系1

Corollary (1)

*(18)*式は次のように表すことができる.

$$1+\left(b_j\cdot p_{G,t}\right)^{-1}\cdot MC^{V*}_{i,j,t}-MRS^{\pi*}_{e,i,t}=\left\{1+b_C\cdot\left(h^{R*}_{i,j,t}+\eta^*_{i,j,t}\right)\right\}\cdot\overline{\beta}^{S*}_{i,t}$$

$$+\beta_{i,t}\cdot\frac{cov\left(\zeta_{i,j,t+1},\partial u^*_{i,t+1}\left/\partial\pi^{QS*}_{i,t+1}\right|\mathbf{z}_{i,t}\right)}{\partial u^*_{i,t}\left/\partial\pi^{QS*}_{i,t}\right.}$$

$$=\frac{1+b_C\cdot\left(h^{R*}_{i,j,t}+\eta^*_{i,j,t}\right)}{\overline{R}^{F*}_{i,t}}+\beta_{i,t}\cdot\frac{cov\left(\zeta_{i,j,t+1},\partial u^*_{i,t+1}\left/\partial\pi^{QS*}_{i,t+1}\right|\mathbf{z}_{i,t}\right)}{\partial u^*_{i,t}\left/\partial\pi^{QS*}_{i,t}\right.};$$

$$j=1,\cdots,N_A+N_L \quad (26)$$

リスク補正：系1（続き）

Corollary (続き)

ここで， $\beta^{S*}_{i,t} = \beta_{i,t} \cdot IMRS^{*}_{\pi,i,t+1}$, $\overline{\beta}^{S*}_{i,t} = E\left[\beta^{S*}_{i,t} \,|\mathbf{z}_{i,t}\right]$, $\overline{R}^{F*}_{i,t} = 1 \left/ \overline{\beta}^{S*}_{i,t}\right.$ **である．**

リスク補正：(26) 式の左辺

- 第 j 金融財が金融資産（$b_j = 1$）の場合，(26) 式の左辺は t 期の金融資産を1単位増加させるために必要な純費用を表す．これを純限界費用（net marginal cost）と呼ぶ．
- 純限界費用は必要となる1単位の貨幣だけでなく，実物可変費用の変化（(26) 式の左辺第2項）や，自己資本の増加を通じた（準短期利潤の限界効用基準の）効用の増加（(26) 式の左辺第3項）も考慮に入れたものである．
- 他方，第 j 金融財が負債（$b_j = -1$）の場合，左辺は t 期の負債を1単位増加させることによって得られる純資金を表す．これを純限界資金（net marginal fund）と呼ぶ．
- 純限界資金は純限界費用と同様の観点から，得られる1単位の貨幣だけでなく，実物可変費用の変化（(26) 式の左辺第2項）や，自己資本の減少を通じた（準短期利潤の限界効用基準の）効用の減少（(26) 式の左辺第3項）も考慮したものである．

リスク補正：(26)式の右辺第1項

- 今，$w^*_{i,j,t+1} = 1 + b_C \cdot \left(h^{R*}_{i,j,t} + \eta^*_{i,j,t} \right) + \zeta_{i,j,t+1}$ とし，$E\left[\zeta_{i,j,t+1} \middle| \mathbf{z}_{i,t} \right] = 0$ を仮定すれば，(26)式の右辺第1項 $1 + b_C \cdot \left(h^{R*}_{i,j,t} + \eta^*_{i,j,t} \right)$ は $w^*_{i,j,t+1}$ の期待値 $E\left[w^*_{i,j,t+1} \middle| \mathbf{z}_{i,t} \right]$ である．
- $w^*_{i,j,t+1}$ は第 j 金融財が金融資産（$b_j = 1$）の場合は1単位の金融資産を運用して得られる純収入であり，負債の場合（$b_j = -1$）は1単位の負債に対して支払わなければならない総費用を表す．ここでは CCAPM と同様の観点から，どちらの場合もペイオフ（payoff）と呼ぶ．
- (26)式の第1の等式の右辺第1項はこのペイオフの期待値に確率的割引因子をかけたものであるが，第2の等式より，リスクフリー・レートでこのペイオフを割り引いたものと見ることもできる．言い換えれば，期待ペイオフの割引現在価値である．

リスク補正：(26)式の右辺第2項

- (26)式の右辺第2項はリスク調整項であり，次に示すように，ペイオフと確率的割引因子との共分散を表す．

$$
\begin{aligned}
&\beta_{i,t} \cdot \frac{\mathrm{cov}\left(\zeta_{i,j,t+1}, \partial u^*_{i,t+1} \Big/ \partial \pi^{QS*}_{i,t+1} \,\Big|\, \mathbf{z}_{i,t} \right)}{\partial u^*_{i,t} \Big/ \partial \pi^{QS*}_{i,t}} \\
&= \mathrm{cov}\left(w^*_{i,j,t+1}, \beta_{i,t} \cdot IMRS^*_{\pi,i,t+1} \,\middle|\, \mathbf{z}_{i,t} \right) \\
&= \mathrm{cov}\left(w^*_{i,j,t+1}, \beta^{S*}_{i,t} \,\middle|\, \mathbf{z}_{i,t} \right)
\end{aligned}
$$

- したがって，(26）式は，純限界費用もしくは純限界資金が期待ペイオフの割引現在価値にペイオフと確率的割引因子との共分散を加えたものに等しいことを示している．

リスク補正：(26)式よりわかること(1)

- （26）式より，次のことがわかる．
  1. 準短期利潤が一定値（constant）であるか金融企業がリスク中立的（risk neutral）である場合は純限界費用もしくは純限界資金は期待ペイオフの割引現在価値に等しい．
  2. 金融企業がリスク回避的であり，ペイオフと準短期利潤が同じ方向に動く場合は純限界費用もしくは純限界資金は期待ペイオフの割引現在価値を下回る．一方，反対方向に動く場合は上回る．
- (25)式で述べたように，第j金融財が金融資産（$b_j = 1$）でペイオフと準短期利潤が同じ方向に動く場合，今期（t期）の金融資産が僅かに増加した場合の来期（$t+1$期）の準短期利潤の分散は増加する以前の準短期利潤の分散よりも大きくなる．つまり，準短期利潤変動リスクが大きくなる．
- この場合，金融企業は純限界費用が減少しなければ金融資産を増やそうとはしない．その結果，純限界費用は減少することになる．

リスク補正：(26)式よりわかること(2)

- 同じく第j金融財が金融資産（$b_j = 1$）でペイオフと準短期利潤が反対方向に動く場合は，金融資産の増加によって準短期利潤変動リスクが減少するため，金融企業は純限界費用が多少増加しても金融資産を増やそうとし，その結果，純限界費用は増加する．
- 他方，第j金融財が負債（$b_j = -1$）でペイオフと準短期利潤が同じ方向に動く場合は，負債の増加によって準短期利潤変動リスクが減少するため，金融企業は純限界資金が多少減少しても負債を増やそうとし，その結果，純限界資金は減少する．
- 同じく第j金融財が負債（$b_j = -1$）でペイオフと準短期利潤が反対方向に動く場合は，負債の増加によって準短期利潤変動リスクが増加するため，金融企業は純限界資金が増加しなければ負債を増やそうとせず，その結果，純限界資金は増加することになる．

リスク補正：系2

Corollary (2)

$E\left[\zeta_{i,j,t+1}\middle|\mathbf{z}_{i,t}\right]=0$ を仮定すれば，*(26)*式は次のように表すことができる．

$$E\left[R^{\zeta*}_{i,j,t+1}\middle|\mathbf{z}_{i,t}\right]=\overline{R}^{F*}_{i,t}-\overline{R}^{F*}_{i,t}\cdot cov\left(R^{\zeta*}_{i,j,t+1},\beta^{S*}_{i,t}\middle|\mathbf{z}_{i,t}\right)$$

$$=\overline{R}^{F*}_{i,t}-\frac{cov\left(R^{\zeta*}_{i,j,t+1},\partial u^{*}_{i,t+1}\middle/\partial\pi^{QS*}_{i,t+1}\middle|\mathbf{z}_{i,t}\right)}{E\left[\partial u^{*}_{i,t}\middle/\partial\pi^{QS*}_{i,t}\middle|\mathbf{z}_{i,t}\right]};$$

$$j=1,\cdots,N_A+N_L \quad (27)$$

リスク補正：系2(続き)

Corollary (続き)

ここで，$R^{\zeta *}_{i,j,t+1}$ は次の通りである．

$$R^{\zeta *}_{i,j,t+1} = \frac{1 + b_C \cdot \left(h^{R*}_{i,j,t} + \eta^*_{i,j,t} \right) + \zeta_{i,j,t+1}}{1 + \left(b_j \cdot p_{G,t} \right)^{-1} \cdot MC^{V*}_{i,j,t} - MRS^{\pi *}_{e,i,t}}$$

-

リスク補正：(27)式の解釈

- 第j金融財が金融資産（$b_j = 1$）の場合，$R^{\zeta *}_{i,j,t+1}$は金融資産のペイオフを純限界費用で除したものであり，CCAPMでいうところのリターン（return）に相当する．ここでも同様にリターンと呼ぶ．
- 第j金融財が負債（$b_j = -1$）の場合は，$R^{\zeta *}_{i,j,t+1}$は負債のペイオフを純限界資金で除したものであり，ここではリペイメント（repayment）と呼ぶ．
- （27）式は，期待リターンもしくは期待リペイメントはリスクフリー・レートから来期（$t+1$期）のリターンもしくはリペイメントと準短期利潤の限界効用との共分散を今期（t期）の準短期利潤の限界効用の期待値で除したものを引いたものに等しいことを示している．

リスク補正：(27）式の右辺第2項

- 既述のように，金融企業がリスク回避的な場合，準短期利潤の限界効用は準短期利潤の減少関数であり，通常，正値をとるから，(27）式の右辺第2項の符号はリターンもしくはリペイメントと準短期利潤との共分散 $\mathrm{cov}\left(R^{\zeta*}_{i,j,t+1}, \pi^{QS*}_{i,t+1} \middle| \mathbf{z}_{i,t}\right)$ の符号と一致する．
- また，共分散の性質より，

$$
\begin{aligned}
\mathrm{cov}\left(R^{\zeta*}_{i,j,t+1}, \pi^{QS*}_{i,t+1} \middle| \mathbf{z}_{i,t}\right) &= \frac{\mathrm{cov}\left(w^{*}_{i,j,t+1}, \pi^{QS*}_{i,t+1} \middle| \mathbf{z}_{i,t}\right)}{1+\left(b_j \cdot p_{G,t}\right)^{-1} \cdot MC^{V*}_{i,j,t} - MRS^{\pi*}_{e,i,t}} \\
&= \frac{\mathrm{cov}\left(\zeta_{i,j,t+1}, \pi^{QS*}_{i,t+1} \middle| \mathbf{z}_{i,t}\right)}{1+\left(b_j \cdot p_{G,t}\right)^{-1} \cdot MC^{V*}_{i,j,t} - MRS^{\pi*}_{e,i,t}}
\end{aligned}
$$

であり，通常，右辺の分母の符号は正であるから，
$\mathrm{cov}\left(R^{\zeta*}_{i,j,t+1}, \pi^{QS*}_{i,t+1} \middle| \mathbf{z}_{i,t}\right)$ の符号は $\mathrm{cov}\left(w^{*}_{i,j,t+1}, \pi^{QS*}_{i,t+1} \middle| \mathbf{z}_{i,t}\right)$
$\left(= \mathrm{cov}\left(\zeta_{i,j,t+1}, \pi^{QS*}_{i,t+1} \middle| \mathbf{z}_{i,t}\right)\right)$ の符号と一致する．

リスク補正：(27) 式よりわかること(1)

- したがって，次のことがわかる．
  1. 金融企業がリスク回避的であり，第 j 金融財が金融資産（$b_j = 1$）でリターンと準短期利潤が同じ方向に動く場合，金融資産の増加によって準短期利潤変動リスクが増加するため，金融企業は期待リターンが上昇しなければ金融資産を増やそうはせず，その結果，期待リターンは上昇する．
  2. 同じく第 j 金融財が金融資産（$b_j = 1$）でリターンと準短期利潤が反対方向に動く場合は，金融資産の増加によって準短期利潤変動リスクが減少するため，金融企業は期待リターンが多少低下しても金融資産を増やそうとし，その結果，期待リターンは低下する．
  3. 他方，第 j 金融財が負債（$b_j = -1$）でリペイメントと準短期利潤が同じ方向に動く場合，負債の増加によって準短期利潤変動リスクが減少するため，金融企業は期待リペイメントが多少上昇しても負債を増やそうとし，その結果，期待リペイメントは上昇する．
  4. 同じく第 j 金融財が負債（$b_j = -1$）でリペイメントと準短期利潤が反対方向に動く場合は，負債の増加によって準短期利潤変動リスクが増加するため，金融企業は期待リペイメントが低下しなければ負債を増やそうとはせず，その結果，期待リペイメントは低下する．

リスク補正：(27) 式よりわかること(2)

- - また，準短期利潤が一定値であるか金融企業がリスク中立的である場合は期待リターンもしくは期待リペイメントはリスクフリー・レートに一致する．

(18)式の変形による一般化使用者収入価格(GURP)の導出

- （18）式はCURMの金融財に関する確率的オイラー方程式を自己資本の影響や準短期利潤変動リスクの影響を考慮できるように拡張したものであるが，これを変形すれば， SURP及びCURPを拡張したGURPを導出できる．

(18)式の変形による一般化使用者収入価格(GURP)の導出：系3

Corollary (3)

*(18)*式は次のように変形できる．

$$MC^{V*}_{i,j,t} = b_j \cdot p_{G,t} \cdot \left[\left(b_C \cdot h^{R*}_{i,j,t} - r^{F*}_{i,t} \right) \Big/ \left(1 + r^{F*}_{i,t} \right) \right.$$
$$\left. + b_C \cdot \eta^{*}_{i,j,t} \Big/ \left(1 + r^{F*}_{i,t} \right) + MRS^{\pi *}_{e,i,t} + \varpi^{*}_{i,j,t} \right] ;$$
$$j = 1, \cdots, N_A + N_L \quad (30)$$

ここで，$r^{F*}_{i,t} = \overline{R}^{F*}_{i,t} - 1$であり，$\varpi^{*}_{i,j,t}$は次の通りである．

$$\varpi^{*}_{i,j,t} = \beta_{i,t} \cdot \frac{cov\left(\zeta_{i,j,t+1}, \partial u^{*}_{i,t+1} \Big/ \partial \pi^{QS*}_{i,t+1} \,\Big|\, \mathbf{z}_{i,t} \right)}{\partial u^{*}_{i,t} \Big/ \partial \pi^{QS*}_{i,t}}$$

一般化使用者収入価格(GURP)としての(30)式の右辺

- (30)式の右辺は $MC^{V*}_{i,j,t}$ に等しいことから，第 j 金融財の価格と見なすことができる．これを GURP として定義する．

一般化使用者収入価格（GURP）：定義

Definition (10)

t **期における第** i **金融企業の第** j **金融財の一般化使用者収入価格**（generalized user-revenue price） $p_{i,j,t}^{GUR}$ **は次のように定義される．**

$$p_{i,j,t}^{GUR} = b_j \cdot p_{G,t} \cdot \left[\left(b_C \cdot h_{i,j,t}^{R*} - r_{i,t}^{F*} \right) \Big/ \left(1 + r_{i,t}^{F*} \right) \right.$$

$$\left. + b_C \cdot \eta_{i,j,t}^{*} \Big/ \left(1 + r_{i,t}^{F*} \right) + MRS_{e,i,t}^{\pi *} + \varpi_{i,j,t}^{*} \right] ;$$

$$j = 1, \cdots, N_A + N_L \quad (31)$$

知見１：限界可変費用とGURPの一致

Fact (1)

*Corollary (3)*と *Definition (10)*より，

$$MC^{V*}_{i,j,t} = p^{GUR}_{i,j,t}; j = 1, \cdots, N_A + N_L \tag{32}$$

が成り立ち，*GURP*の符号に基づく金融財の産出物もしくは投入要素への分類は金融財の限界可変費用の符号に基づく分類と一致する．もし，*GURP*が正（負）の符号を示すならば，限界可変費用も正（負）の符号を示し，その金融財は産出物（固定要素）と見なされる．

一般化使用者収入価格（GURP）：市場構造・行動効果(1)

- CURMでも述べたように，(31）式の右辺第2項の$\eta^*_{i,j,t}$は第j金融財の市場構造要因及び金融企業間の戦略的相互依存性の影響を反映したものであり，次のように表される．

$$\begin{aligned} \eta^*_{i,j,t} &= \frac{\partial h^{R*}_{i,j,t}}{\partial \ln q^{p*}_{i,j,t}} = \frac{q^{p*}_{i,j,t}}{Q^{p*}_{j,t}} \cdot \frac{\partial h^{R*}_{i,j,t}}{\partial \ln Q^{p*}_{j,t}} \cdot \left(1 + \sum_{k \neq i}^{N_F} \frac{\partial q^{p*}_{k,j,t}}{\partial q^{p*}_{i,j,t}}\right) \\ &= s^*_{i,j,t} \cdot \eta^{Q*}_{i,j,t} \cdot \left(1 + CV^*_{i,j,t}\right) ; j = 1, \cdots, N_A + N_L \qquad (33) \end{aligned}$$

- ここで，$s^*_{i,j,t} \left(= q^{p*}_{i,j,t} \Big/ Q^{p*}_{j,t}\right)$は第$j$金融財市場全体のストック量に対する第$i$金融企業のストック量の比率である．$0 < s^*_{i,j,t} \leq 1$であり，第$i$金融企業が独占企業であれば$s^*_{i,j,t} = 1$となる．
- $\eta^{Q*}_{i,j,t} \left(= \partial h^{R*}_{i,j,t} \Big/ \partial \ln Q^{p*}_{j,t}\right)$は第$j$金融財のSEHRRもしくはSEHCRの確実もしくは予測可能な部分の市場全体のストック量に関する弾力性であり，後者が1%変化した場合に前者が何% 増加するか減少するかを示す．

一般化使用者収入価格（GURP）：市場構造・行動効果(2)

- $CV^*_{i,j,t}$ $\left(= \sum_{k\neq i}^{N_F} \partial q^{p*}_{k,j,t} \middle/ \partial q^{p*}_{i,j,t}\right)$ は推測的変動係数（conjectural derivative）であり，第i金融企業が第j金融財を1単位増加させた場合，他の金融企業が何単位増加させるか減少させるかと第i金融企業が考えているかの合計を示す．
- 第i金融企業がクールノー的企業か独占企業の場合，$CV^*_{i,j,t} = 0$であり，完全競争的企業の場合，$CV^*_{i,j,t} = -1$である．
- （31）式の右辺第2項は以上のように表される$\eta^*_{i,j,t}$を一般的価格指数$p_{G,t}$で評価し，リスクフリー・レート$\overline{R}^{F*}_{i,t}$ $(= 1 + r^{F*}_{i,t})$で割り引いたものであり，以下では，市場構造・行動効果と呼ぶ．

一般化使用者収入価格（GURP）：自己資本効果(1)

- （31）式の右辺第3項の $MRS^{\pi*}_{e,i,t}$ は自己資本と準短期利潤との限界代替率 $\left(\partial u^*_{i,t} / \partial q^{p*}_{e,i,t}\right) \Big/ \left(\partial u^*_{i,t} \Big/ \partial \pi^{QS*}_{i,t}\right)$ であり，自己資本を1単位増加させるために，準短期利潤を何単位失ってもよいと思うかを示す．
- 自己資本の重要性を測る尺度であり，直接的には自己資本に対する金融企業の主観的評価や自己資本の機会費用を反映する．
- 既述のように，金融企業が財政難に陥ったとき，自己資本はクッションとして働き，財政難費用の負担を軽減する役割を果たす．
- したがって，$MRS^{\pi*}_{e,i,t}$ は間接的には自己資本の増加による財政難費用負担リスク低下の主観的価値（効用評価）を反映している．
- 言い換えれば，自己資本が不十分なことによる財政難費用負担リスク発生の主観的評価である．

一般化使用者収入価格（GURP）：自己資本効果(2)

- （14）式より，今期（t 期）の自己資本は今期の金融資産の増加（減少）もしくは負債の減少（増加）によって増加（減少）する．(12) 式より，このとき，今期の準短期利潤は減少（増加）する．
- また，金融企業がリスク回避的な場合，今期の自己資本の限界効用（$\partial u^*_{i,t} \big/ \partial q^{p*}_{e,i,t}$）は自己資本の減少関数であり，今期の準短期利潤の限界効用（$\partial u^*_{i,t} \Big/ \partial \pi^{QS*}_{i,t}$）は準短期利潤の減少関数である．
- したがって，今期の自己資本が多い（少ない）ほど $MRS^{\pi*}_{e,i,t}$ の分母は大きく（小さく），分子は小さく（大きく）なり，その結果，$MRS^{\pi*}_{e,i,t}$ は小さく（大きく）なる．
- （31）式より，このとき，第 j 金融財が金融資産（$b_j = 1$）であれば，GURP は低下（上昇）し，負債（$b_j = -1$）であれば，上昇（低下）する．

- 金融資産の場合，(31）式の右辺第3項（$b_j \cdot p_{G,t} \cdot MRS^{\pi*}_{e,i,t}$）が正値であるのは，金融資産が増加すると自己資本も増加するからであり，負債の場合に負値であるのは，負債が増加すると自己資本が減少するためである．
- 負債については，金融資産とは逆に，自己資本の減少による財政難費用負担リスクの上昇を考えることになるが，このマイナスの主観的価値は絶対値で見ると，金融資産と同様に，自己資本が多く（少なく）財政難費用負担リスクが小さい（大きい）ほど小さくなる（大きくなる）．
- 以下では，こうした（31）式の右辺第3項を自己資本効果と呼ぶ．

一般化使用者収入価格（GURP）：リスク調整効果(1)

- （31）式の右辺第4項の$\varpi^*_{i,j,t}$ $\left(= \beta_{i,t} \cdot \mathrm{cov}\left(\zeta_{i,j,t+1}, \partial u^*_{i,t+1} \middle/ \partial \pi^{QS*}_{i,t+1} \,\middle|\, \mathbf{z}_{i,t}\right) \middle/ \left(\partial u^*_{i,t} \middle/ \partial \pi^{QS*}_{i,t}\right)\right)$ は準短期利潤変動リスクの影響を示す．
- 通常，準短期利潤の限界効用（$\partial u^*_{i,t} \big/ \partial \pi^{QS*}_{i,t}$）の符号は正であるから，$\varpi^*_{i,j,t}$の符号は$\mathrm{cov}\left(\zeta_{i,j,t+1}, \partial u^*_{i,t+1} \middle/ \partial \pi^{QS*}_{i,t+1} \,\middle|\, \mathbf{z}_{i,t}\right)$の符号によって決まる．
- 上述のように，金融企業がリスク回避的であれば，準短期利潤の限界効用は準短期利潤の減少関数であるから，この共分散の符号は$\mathrm{cov}\left(\zeta_{i,j,t+1}, \pi^{QS*}_{i,t+1} \,\middle|\, \mathbf{z}_{i,t}\right)$の符号と反対になる．
- したがって，$\varpi^*_{i,j,t}$の符号は$\mathrm{cov}\left(\zeta_{i,j,t+1}, \pi^{QS*}_{i,t+1} \,\middle|\, \mathbf{z}_{i,t}\right)$の符号と反対であり，$\varpi^*_{i,j,t}$が正（負）であれば，$\mathrm{cov}\left(\zeta_{i,j,t+1}, \pi^{QS*}_{i,t+1} \,\middle|\, \mathbf{z}_{i,t}\right)$は負（正）となる．

一般化使用者収入価格（GURP）：リスク調整効果(2)

- このとき，(25）式より，第 j 金融財が金融資産（$b_j = 1$）であれば，金融資産の増加によって来期（$t+1$ 期）の準短期利潤の分散（準短期利潤変動リスク）は減少（増加）し，負債（$b_j = -1$）であれば，負債の増加によって準短期利潤変動リスクは増加（減少）する．
- これを反映して，(31）式より，金融資産の GURP は上昇（低下）し，負債の GURP は低下（上昇）することになる．
- 金融企業がリスク回避的な場合，金融企業は準短期利潤変動リスクが減少することを望み，そのように作用する金融財（金融資産もしくは負債）を高く評価し，反対に作用する金融財を低く評価する．
- その結果，前者の金融財の GURP は上昇し，後者の金融財の GURP は低下すると考えられる．
- 以下では，こうした $\varpi^*_{i,j,t}$ を $p_{G,t}$ で評価した（31）式の右辺第 4 項をリスク調整効果と呼ぶ．

CURMにおけるSURPとCURPの再定義

- CURMで定義されたSURPとCURPをこれまでの表記に合わせて再定義すると次のようになる．

確率的使用者収入価格（SURP）：定義

Definition (11)

t **期における第** i **金融企業の第** j **金融財の確率的使用者収入価格**（stochastic user-revenue price） $p_{i,j,t}^{SUR}$ **は次のように定義される．**

$$p_{i,j,t}^{SUR} = b_j \cdot p_{G,t} \cdot \left(b_C \cdot h_{i,j,t}^{R*} - r_{i,t}^{F*} \right) \Big/ \left(1 + r_{i,t}^{F*} \right) ; \qquad j = 1, \cdots, N_A + N_L \quad (35)$$

推測的使用者収入価格（CURP）：定義

Definition (12)

t 期における第 i 金融企業の第 j 金融財の推測的使用者収入価格（conjectural user-revenue price） $p_{i,j,t}^{CUR}$ は次のように定義される．

$$
\begin{aligned}
p_{i,j,t}^{CUR} &= b_j \cdot p_{G,t} \cdot \left[\left(b_C \cdot h_{i,j,t}^{R*} - r_{i,t}^{F*} \right) \Big/ \left(1 + r_{i,t}^{F*} \right) \right. \\
&\qquad \left. + b_C \cdot \eta_{i,j,t}^{*} \Big/ \left(1 + r_{i,t}^{F*} \right) \right] \\
&= p_{i,j,t}^{SUR} + b_j \cdot p_{G,t} \cdot b_C \cdot \eta_{i,j,t}^{*} \Big/ \left(1 + r_{i,t}^{F*} \right) ; \\
&\qquad j = 1, \cdots, N_A + N_L \qquad (36)
\end{aligned}
$$

知見2：SURP及びCURPとGURP

Fact (2)

(35)式のSURP及び(36)式のCURPを用いて，(31)式のGURPは次のように表される．

$$
\begin{aligned}
p_{i,j,t}^{GUR} &= p_{i,j,t}^{SUR} + b_j \cdot p_{G,t} \cdot \left[b_C \cdot \eta_{i,j,t}^{*} \Big/ \left(1 + r_{i,t}^{F*} \right) + MRS_{e,i,t}^{\pi*} + \varpi_{i,j,t}^{*} \right] \\
&= p_{i,j,t}^{CUR} + b_j \cdot p_{G,t} \cdot \left[MRS_{e,i,t}^{\pi*} + \varpi_{i,j,t}^{*} \right] ; j = 1, \cdots, N_A + N_L \quad (37)
\end{aligned}
$$

UCPならびにSURP及びCURPとGURP

- (37)式より，GURPはSURPに市場構造・行動効果，自己資本効果，リスク調整効果を加味したものであり，CURPに自己資本効果及びリスク調整効果を加えたものに等しい．
- 言い換えれば，GURPは市場構造・行動効果，自己資本効果，リスク調整効果を明示的に考慮できるようにSURPを拡張したものであり，また，自己資本効果とリスク調整効果を明示的に考慮できるようにCURPを拡張したものである．
- 自己資本効果とリスク調整効果の合計がゼロ，すなわち，自己資本効果とリスク調整効果がともにゼロであるか両効果が相殺されてゼロになれば，GURPはCURPに一致し，加えて，市場構造・行動効果もゼロであれば，SURPに一致する．
- さらに，CURMで述べたように，金融企業がリスク中立的であれば，UCMのUCPに一致することになる．

拡張された一般化ラーナー指数（EGLI）の導出

- （30）式及び（32）式のGURPと限界可変費用との関係式,（37）式のGURPとSURP及びCURPとの関係式を用いれば，CURMのGLIを拡張したEGLIを導出できる．
- 具体的には，CURMと同様に，SURPと限界可変費用との乖離に着目し，それを（35）式のSURPで除すことで求められる．
- SURPは市場構造・行動効果，自己資本効果，リスク調整効果が全てゼロであるか相互に相殺されてこれらの合計がゼロの場合の価格であり，これらの効果を考慮して限界可変費用との乖離を測る上で最も基礎となる価格である．
- 以下では，SURPと限界可変費用の符号は共に正であり，第j金融財は産出物である場合を考える．

知見3：SURPと限界可変費用との乖離

Fact (3)

（32）式及び（37）式より，$SURP$と限界可変費用との乖離は次のように表される．

$$p^{SUR}_{i,j,t} - MC^{V*}_{i,j,t} = -b_j \cdot p_{G,t} \cdot \left(\gamma^*_{i,j,t} + MRS^{\pi*}_{e,i,t} + \varpi^*_{i,j,t}\right); \quad j = 1, \cdots, N_A + N_L \tag{38}$$

ここで，$\gamma^*_{i,j,t}$は次の通りである．

$$\gamma^*_{i,j,t} = b_C \cdot \eta^*_{i,j,t} \Big/ \left(1 + r^{F*}_{i,t}\right); \; j = 1, \cdots, N_A + N_L \tag{39}$$

拡張された一般化ラーナー指数（EGLI）の定義

- EGLIは(38)式の両辺を(35)式のSURPで除して次のように定義される．

拡張された一般化ラーナー指数（EGLI）：定義

Definition (13)

t **期における第** i **金融企業の第** j **金融財の拡張された一般化ラーナー指数（**extended generalized-Lerner index**）** $EGLI_{i,j,t}$ **は次のように定義される．**

$$EGLI_{i,j,t} = \frac{p^{SUR}_{i,j,t} - MC^{V*}_{i,j,t}}{p^{SUR}_{i,j,t}}$$

$$= -\frac{b_C \cdot \eta^*_{i,j,t} + \left(MRS^{\pi*}_{e,i,t} + \varpi^*_{i,j,t}\right) \cdot (1 + r^{F*}_{i,t})}{b_C \cdot h^{R*}_{i,j,t} - r^{F*}_{i,t}};$$

$$j = 1, \cdots, N_A + N_L \quad (40)$$

拡張された一般化ラーナー指数（EGLI）：(40)式右辺各項の符号

- ここで，第j金融財は産出物であるという想定から，第2等号の右辺の分母（$b_C \cdot h^{R*}_{i,j,t} - r^{F*}_{i,t}$）の符号は，第$j$金融財が金融資産であれば，正であり，負債であれば，負となる．
- 分子の$\eta^*_{i,j,t}$の符号については，第j金融財の利子率の市場全体のストック量に関する弾力性（$\partial r_{i,j,t} \Big/ \partial \ln Q^{p*}_{j,t}$）の符号によって決まると考えれば，第$j$金融財が金融資産の場合は負，負債の場合は正となる．
- $MRS^{\pi*}_{e,i,t} + \varpi^*_{i,j,t}$の符号については，いずれの場合も正負両方が考えられる．

知見4：金融財市場が競争的な場合のEGLIの符号

Fact (4)

（*40*）**式より，仮に金融財市場が競争的**（$\eta^*_{i,j,t} = 0$）**であっても，第** j **金融財が金融資産の場合は** $MRS^{\pi*}_{e,i,t} + \omega^*_{i,j,t} < 0$，**負債の場合は** $-MRS^{\pi*}_{e,i,t} - \omega^*_{i,j,t} < 0$（**つまり，** $MRS^{\pi*}_{e,i,t} + \omega^*_{i,j,t} > 0$）**であれば，** $SURP$ **は限界可変費用を上回り，** $EGLI$ **は正値**（$EGLI_{i,j,t} > 0$）**となる．**

自己資本効果とリスク調整効果の合計の符号 (1)

- 金融資産が $MRS^{\pi*}_{e,i,t} + \varpi^{*}_{i,j,t} < 0$ となるのは，準短期利潤変動リスク増加による財政難費用負担リスク上昇の主観的価値が自己資本の増加による財政難費用負担リスク低下の主観的価値よりも大きい場合であり，負債が $-MRS^{\pi*}_{e,i,t} - \varpi^{*}_{i,j,t} < 0$（$MRS^{\pi*}_{e,i,t} + \varpi^{*}_{i,j,t} > 0$）となるのは，負債の増加によって準短期利潤変動リスクが増加するか，減少する場合であってもそれによる財政難費用負担リスク低下の主観的価値が自己資本の減少による財政難費用負担リスク上昇の主観的価値よりも小さい場合である．
- このような場合は，金融財市場が競争的（$\eta^{*}_{i,j,t} = 0$）であっても，SURP は限界可変費用を上回り，EGLI は正値となることがわかる．

知見5：金融財市場が非競争的な場合のEGLIの符号と値

Fact (5)

金融財市場が非競争的，つまり，第j金融財が金融資産の場合は$\eta^*_{i,j,t} < 0$，負債の場合は$\eta^*_{i,j,t} > 0$であっても，金融資産については$MRS^{\pi *}_{e,i,t} + \varpi^*_{i,j,t} > 0$（ただし，$\left(MRS^{\pi *}_{e,i,t} + \varpi^*_{i,j,t}\right) \cdot (1 + r^{F*}_{i,t}) \leq \left|\eta^*_{i,j,t}\right|$），負債については$MRS^{\pi *}_{e,i,t} + \varpi^*_{i,j,t} < 0$（ただし，$\left|\left(MRS^{\pi *}_{e,i,t} + \varpi^*_{i,j,t}\right) \cdot (1 + r^{F*}_{i,t})\right| \leq \eta^*_{i,j,t}$）であれば，$SURP$が限界可変費用を上回る程度は抑制され，$EGLI$は$GLI$よりも小さくなる．特に，$\eta^*_{i,j,t} + \left(MRS^{\pi *}_{e,i,t} + \varpi^*_{i,j,t}\right) \cdot (1 + r^{F*}_{i,t}) = 0$の場合は$SURP$と限界可変費用は一致し，$EGLI$はゼロとなる．

自己資本効果とリスク調整効果の合計の符号(2)

- 金融資産が $MRS^{\pi *}_{e,i,t} + \varpi^{*}_{i,j,t} > 0$ となるのは，金融資産の増加によって準短期利潤変動リスクが減少するか，増加する場合であってもそれによる財政難費用負担リスク上昇の主観的価値が自己資本の増加による財政難費用負担リスク低下の主観的価値よりも小さい場合であり，負債が $MRS^{\pi *}_{e,i,t} + \varpi^{*}_{i,j,t} < 0$ となるのは準短期利潤変動リスク減少による財政難費用負担リスク低下の主観的価値が自己資本の減少による財政難費用負担リスク上昇の主観的価値よりも大きい場合である．
- このような場合は，SURP が限界可変費用を上回る程度は抑制され，EGLI は GLI よりも小さくなるか，あるいは，SURP と限界可変費用は一致し，EGLI はゼロになることがわかる．

CURMにおけるGLIの再定義

- CURMで定義されたGLIをこれまでの表記に合わせて再定義すると次のようになる．

一般化ラーナー指数（GLI）：定義

Definition (14)

t 期における第 i 金融企業の第 j 金融財の一般化ラーナー指数（generalized-Lerner index）$GLI_{i,j,t}$ は次のように定義される．

$$GLI_{i,j,t} = -\frac{b_C \cdot \eta^*_{i,j,t}}{b_C \cdot h^{R*}_{i,j,t} - r^{F*}_{i,t}}; \; j = 1, \cdots, N_A + N_L \tag{41}$$

知見6：GLIとEGLI

Fact (6)

(41)式のGLIを用いて(40)式の$EGLI$は次のように表される．

$$EGLI_{i,j,t} = GLI_{i,j,t} - \frac{\left(MRS^{\pi*}_{e,i,t} + \varpi^{*}_{i,j,t}\right) \cdot (1 + r^{F*}_{i,t})}{b_C \cdot h^{R*}_{i,j,t} - r^{F*}_{i,t}};$$

$$j = 1, \cdots, N_A + N_L \quad (42)$$

GLIとEGLI

- (42)式より，EGLIはSURPと限界可変費用の乖離に対する自己資本効果及びリスク調整効果の影響を明示的に考慮できるようにGLIを拡張したものであり，両効果がともにゼロであるか，お互いに相殺される場合にGLIと一致する．

結び(1)

- 本研究では，Homma and Souma（2005）によって提示されたCURMにCCAPMのエッセンスを取り入れて次のように発展させ，準短期利潤変動リスクの影響や財政難費用負担リスクを反映した自己資本の影響を明示的に考慮可能なモデル（GURM）を構築した．
- すなわち，(1)EHRR及びEHCRに不確実性を導入し，SEHRR及びSEHCRを定義するとともに，(2)金融企業の効用関数を準短期利潤だけでなく，自己資本の関数でもあるとして定式化した．
- (1)より，SEHRRないしSEHCRの不確実な部分と確率的割引因子との共分散で表されるリスク調整項がCURMに導入され，これにより，準短期利潤変動リスクの影響を明示的に考慮できるようになった．
- (2)より，自己資本と準短期利潤の限界代替率で表される自己資本効果がCURMに導入され，これにより，自己資本に対する金融企業の主観的評価や自己資本の機会費用だけでなく，財政難費用負担リスクの影響も（間接的にではあるが）考慮できるようになった．
- これらの導入により，SURP及びCURPがGURPに拡張されるとともに，GLIがEGLIに拡張され，こうしたリスクを考慮した分析が可能となった．

結び(2)

- GURPは市場構造・行動効果，自己資本効果，リスク調整効果を明示的に考慮できるようにSURPを拡張したものであり，また，自己資本効果とリスク調整効果を明示的に考慮できるようにCURPを拡張したものである．
- 自己資本効果とリスク調整効果がともにゼロであるか両効果が相殺されてゼロになれば，GURPはCURPに一致し，加えて，市場構造・行動効果もゼロであれば，SURPに一致する．さらに，金融企業がリスク中立的であれば，UCMのUCPに一致する．
- また，EGLIはSURPと限界可変費用の乖離に対する自己資本効果及びリスク調整効果の影響を明示的に考慮できるようにGLIを拡張したものであり，両効果がともにゼロであるか，お互いに相殺される場合にGLIと一致する．

結び(3)

- 産業組織論的観点から特に重要と思われるEGLIから明らかになったことは次の2点である．
- 第1に，次のような場合は金融財市場が競争的（市場構造・行動効果がゼロ）であっても，SURPは限界可変費用を上回り，EGLIは正値となる．
- すなわち，金融資産については，準短期利潤変動リスク増加による財政難費用負担リスク上昇の主観的価値が自己資本の増加による財政難費用負担リスク低下の主観的価値よりも大きい場合であり，負債については，負債の増加によって準短期利潤変動リスクが増加するか，減少する場合であってもそれによる財政難費用負担リスク低下の主観的価値が自己資本の減少による財政難費用負担リスク上昇の主観的価値よりも小さい場合である．

結び(4)

- 第2に，次のような場合は金融財市場が非競争的（市場構造・行動効果が金融資産については負，負債については正）であっても，SURP が限界可変費用を上回る程度は抑制され，EGLI は GLI よりも小さくなるか，あるいは，SURP と限界可変費用は一致し，EGLI はゼロになる．
- すなわち，金融資産については，金融資産の増加によって準短期利潤変動リスクが減少するか，増加する場合であってもそれによる財政難費用負担リスク上昇の主観的価値が自己資本の増加による財政難費用負担リスク低下の主観的価値よりも小さい場合であり，負債については，準短期利潤変動リスク減少による財政難費用負担リスク低下の主観的価値が自己資本の減少による財政難費用負担リスク上昇の主観的価値よりも大きい場合である．